

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

**Andrea Gadžić**

Zagreb, 2018.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

Mentori:

Doc. dr. sc. Darko Ivančević, mag. ing. aeroing.

Student:

Andrea Gadžić

Zagreb, 2018.

*Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno, koristeći pritom znanje stečeno tijekom studija te literaturu koja je citirana i navedena u popisu literature.*

*Iskreno i srdačno se zahvaljujem mentoru doc. dr. sc. Darku Ivančeviću, mag. ing. aeroing. na pruženoj prilici te ukazanom iznimno velikom strpljenju i još većoj pomoći koju je nesebično pružao tijekom izrazito stručnog vođenja izrade rada. Svojim smjernicama i sugestijama uvelike je pridonio pri izradi ovog diplomskog rada, na čemu sam iznimno zahvalan.*

*Iznimnu zahvalu dugujem svim svojim prijateljima i kolegama s Fakulteta strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, uz koje sam proveo predivne i nezaboravne trenutke tijekom svih ovih godina studija i bez čije neizmjerne podrške i uzajamne pomoći sve ovo ne bi bilo moguće.*

*Posebnu zahvalu, koja se ne može opisati riječima, izražavam svojoj voljenoj kćerki Lauri i supruzi Dori, ali također i svojoj najbližoj obitelji koja mi je, prije svega, omogućila studij te bila najveća podrška i vjerovala u mene tijekom svih godina studija.*

Zagreb, 10. svibnja 2018.

Andrea Gadžić



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodogradarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur. broj:	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Andrea Gadžić** Mat. br.: 0035190704

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Udarna oštećenja višeslojnih kompozitnih konstrukcija pri malim brzinama udara**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Low Velocity Impact Damage in Laminated Composite Structures**

Opis zadatka:

Izvršiti numeričku analizu udarnih oštećenja u višeslojnim kompozitnim konstrukcijama pri malim brzinama udara. U numeričkom modelu potrebno je koristiti metode za modeliranje oštećenja koje su ugrađene u računalni program za analizu metodom konačnih elemenata. Za modeliranje konstitutivnog ponašanja kompozitnih slojeva koristiti dostupne modele temeljene na Mehanici oštećenja kontinuuma.

Mehanička svojstva, debljine i postavne kutove kompozitnih slojeva je potrebno odabrati na temelju kompozitnih konstrukcija koje se koriste u zrakoplovstvu. Parametre numeričkog modela potrebno je validirati korištenjem eksperimentalnih rezultata iz dostupne literature. Pritom je potrebno varirati postavne kutove višeslojnih kompozitnih ploča kako bi se odredio utjecaj rasporeda slojeva na pojavu oštećenja među slojevima. Rezultate dobivene numeričkom simulacijom potrebno je usporediti s kriterijima popuštanja koja predviđaju inicijaciju pojave udarnih oštećenja u matrici te na temelju toga donijeti zaključke o vezi pukotina u matrici i pojave međuslojnih oštećenja koja se javljaju kod udara malim brzinama. Temeljem iskustva u radu potrebno je procijeniti mogućnosti korištene numeričke metodologije za analizu realnih kompozitnih konstrukcija. U radu koristiti programe za računalno modeliranje, a numeričku analizu izvršiti korištenjem programa Abaqus/Standard ili Abaqus/Explicit.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

8. ožujka 2018.

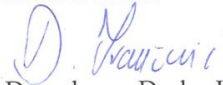
Datum predaje rada:

10. svibnja 2018.

Predviđeni datum obrane:

16., 17. i 18. svibnja 2018.

Zadatak zadao:

  
Doc. dr. sc. Darko Ivančević

Predsjednica Povjerenstva:

  
Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	III
POPIS TABLICA.....	VI
POPIS OZNAKA .....	VII
SAŽETAK.....	X
SUMMARY .....	XI
1. UVOD.....	1
1.1. Udarno opterećenje pri malim brzinama.....	7
1.1.1. Utjecaj pojedinih konstituenata i parametara kompozita na udarno oštećenje .....	9
1.1.1.1. Matrica .....	9
1.1.1.2. Vlakna .....	10
1.1.1.3. Spoj vlakna i matrice .....	10
1.1.1.4. Raspored slojeva .....	11
1.1.1.5. Debljina poprečnog presjeka kompozitne konstrukcije .....	11
2. MATEMATIČKI MODEL.....	13
2.1. Metoda konačnih elemenata.....	13
2.1.1. Trodimenzionalni heksaedarski kontinuumski ljuskasti konačni element SC8R .....	14
2.1.2. Kohezivni konačni element COH3D8 .....	16
2.2. Nelinearni eksplicitni algoritam integriranja .....	17
2.3. Kriteriji popuštanja .....	19
2.3.1. Hashin-ov kriterij popuštanja u analizi metodom konačnih elemenata .....	20
2.4. Model kohezivne zone (eng. <i>cohesive zone model</i> ) .....	26
2.4.1. Modeliranje kohezivne zone u Abaqus-u.....	26
3. NUMERIČKI MODEL .....	30
4. REZULTATI .....	36
4.1. Usporedba numeričkih rezultata za model s istim rasporedom slojeva pri različitim brzinama udarača .....	36
4.1.1. Cross-ply model .....	37
4.1.2. Model s rasporedom slojeva $[0_4 / 40_4]_S$ .....	45
4.1.3. Rezultati izlaznih varijabli kohezivnog ponašanja za oba modela .....	51
4.2. Usporedba numeričkih rezultata za različite orijentacije postavnih kutova.....	57
4.2.1. Usporedba rezultata različitih postavnih kutova prema izlaznoj varijabli Abaqus/Explicit-a DAMAGEMENT .....	58
4.2.1.1. Rezultati numeričke analize dobiveni pomoću kohezivnih elemenata .....	58
4.2.1.2. Rezultati numeričke analize dobiveni pomoću površina kohezivnog ponašanja .....	61
4.2.1.3. Rezultati numeričke analize dobiveni korištenjem samo Tie interakcije između površina.....	63
4.2.1.4. Osvrt na rezultate DAMAGEMENT varijable.....	65

---

4.2.2.	Usporedba rezultata različitih postavnih kutova prema izlaznoj varijabli Abaqus/Explicit-a HSNMTCRT.....	65
4.2.2.1.	Rezultati numeričke analize dobiveni pomoću kohezivnih elemenata .....	65
4.2.2.2.	Rezultati numeričke analize dobiveni pomoću površina kohezivnog ponašanja .....	68
4.2.2.3.	Rezultati numeričke analize dobiveni korištenjem samo Tie interakcije između površina.....	70
4.2.2.4.	Osvrt na rezultate HSNMTCRT varijable .....	72
5.	ZAKLJUČAK.....	73
	LITERATURA.....	75
	PRILOZI.....	79

## POPIS SLIKA

Slika 1.	Kompoziti ojačani vlaknima: a) CFRP - termoplastične ploče ojačane tkanim ugljičnim vlaknima (CF/PPS) [5]; b) Kevlar® K-29 stil 745 – tkanje za balističke primjene [6] .....	2
Slika 2.	Strukturni kompoziti: a) višeslojni kompozit – šperploča breze [9]; b) aluminijska <i>sandwich</i> struktura s jezgrom u obliku pčelinjih saća [10] .....	3
Slika 3.	Mikrostruktura CMC i MMC kompozita: a) CMC - keramička matrica (SiC) ojačana SiNC vlaknima [13]; b) MMC - metalna matrica (Cu) ojačana SiC vlaknima [14] .....	4
Slika 4.	Načini oštećenja kompozita s istosmjernim vlaknima [23,24].....	5
Slika 5.	BVID oštećenja na CFRP kompozitnoj konstrukciji [25].....	6
Slika 6.	Udar na opterećenja pri različitim brzinama: a) udari pri malim brzinama na GLARE kompozit [28]; b) udar aluminijske kuglice pri hiperbrzini na aluminijski blok debljine 18 cm [29] .....	7
Slika 7.	Prikaz udarnog opterećenja pri malim brzinama na (a) tanju kompozitnu konstrukciju i (b) deblju kompozitnu konstrukciju [23] .....	12
Slika 8.	Razlika konvencionalnih i kontinuumskih ljuskastih konačnih elemenata [33] ...	14
Slika 9.	Trodimenzijski heksaedarski kontinuumski ljuskasti konačni element SC8R: a) smjerovi normala na plohe; b) smjer normale konačnog elementa [33] .....	15
Slika 10.	Prostorni prikaz trodimenzionalnog kohezivnog elementa [33] .....	16
Slika 11.	Dijagram ovisnosti ekvivalentnog naprezanja i ekvivalentnog pomaka za kompozit ojačan vlaknima [33] .....	23
Slika 12.	Zakon vlačnog naprezanja i odvajanja – linearno ponašanje [33] .....	27
Slika 13.	Prikaz modela za eksperimentalno ispitivanje udarnih opterećenja [40] .....	30
Slika 14.	Odnos globalnog i glavnog materijalnog koordinatnog sustava [1].....	32
Slika 15.	Numerički model s odgovarajućim rubnim uvjetima.....	32
Slika 16.	Diskretizirani cijeli numerički model s detaljem diskretizacije po debljini.....	35
Slika 17.	Prikaz rezultata DAMAGEMT varijable za modele <i>cross-ply</i> rasporeda pri različitim brzinama udara .....	37
Slika 18.	Prikaz rezultata HSNMTCRT varijable za modele <i>cross-ply</i> rasporeda pri različitim brzinama udara .....	38
Slika 19.	Dijagramski prikaz rezultata duljine delaminacije za modele <i>cross-ply</i> rasporeda pri različitim brzinama udara .....	40
Slika 20.	Dijagramski prikaz rezultata širine delaminacije za modele s <i>cross-ply</i> rasporedom pri različitim brzinama udara.....	40
Slika 21.	Poprečni presjek triju <i>cross-ply</i> modela različitih korištenih mehanizama pri najnižoj brzini udarača za DAMAGEMT varijablu .....	41
Slika 22.	Poprečni presjek triju <i>cross-ply</i> modela različitih korištenih mehanizama pri najnižoj brzini udarača za HSNMTCRT varijablu.....	43
Slika 23.	Poprečni presjek triju <i>cross-ply</i> modela različitih korištenih mehanizama pri najvišoj brzini udarača za DAMAGEMT varijablu .....	44
Slika 24.	Poprečni presjek triju <i>cross-ply</i> modela različitih korištenih mehanizama pri najvišoj brzini udarača za HSNMTCRT varijablu .....	45
Slika 25.	Prikaz rezultata DAMAGEMT varijable za modele $[0_4 / 40_4]_s$ rasporeda pri različitim brzinama udara .....	46

Slika 26.	Prikaz rezultata HSNMTCRT varijable za modele $[0_4 / 40_4]_S$ rasporeda pri različitim brzinama udara .....	47
Slika 27.	Dijagramski prikaz rezultata duljine delaminacije za modele $[0_4 / 40_4]_S$ rasporeda pri različitim brzinama udara .....	48
Slika 28.	Dijagramski prikaz rezultata širine delaminacije za modele $[0_4 / 40_4]_S$ rasporeda pri različitim brzinama udara .....	48
Slika 29.	Poprečni presjek triju modela $[0_4 / 40_4]_S$ rasporeda slojeva različitih korištenih mehanizama pri najvišoj brzini udarača za DAMAGEMT varijablu.....	49
Slika 30.	Poprečni presjek triju modela $[0_4 / 40_4]_S$ rasporeda slojeva različitih korištenih mehanizama pri najvišoj brzini udarača za HSNMTCRT varijablu .....	50
Slika 31.	Rezultati varijable QUADSCRT za odgovarajuće plohe <i>zero-thickness</i> slojeva <i>cross-ply</i> modela.....	52
Slika 32.	Rezultati varijable QUADSCRT za odgovarajuće plohe <i>zero-thickness</i> slojeva modela $[0_4 / 40_4]_S$ rasporeda.....	52
Slika 33.	Rezultati za varijable CSDMG i CSQUADSCRT za odgovarajuće kohezivne površine <i>cross-ply</i> modela.....	54
Slika 34.	Rezultati za varijable CSDMG i CSQUADSCRT za odgovarajuće kohezivne površine modela $[0_4 / 40_4]_S$ rasporeda.....	55
Slika 35.	Dijagram duljine delaminacije u ovisnosti o kinetičkoj energiji udarača za varijable kohezivnog ponašanja .....	56
Slika 36.	Dijagram širine delaminacije u ovisnosti o kinetičkoj energiji udarača za varijable kohezivnog ponašanja .....	56
Slika 37.	Prikaz rezultata DAMAGEMT varijable za modele različitih postavnih kutova korištenjem kohezivnih elemenata .....	59
Slika 38.	Dijagramski prikaz rezultata duljine delaminacije DAMAGEMT varijable korištenjem kohezivnih elemenata .....	60
Slika 39.	Dijagramski prikaz rezultata širine delaminacije DAMAGEMT varijable korištenjem kohezivnih elemenata .....	60
Slika 40.	Prikaz rezultata DAMAGEMT varijable za modele različitih postavnih kutova korištenjem površina kohezivnog ponašanja.....	61
Slika 41.	Dijagramski prikaz rezultata duljine delaminacije DAMAGEMT varijable korištenjem površina kohezivnog ponašanja.....	62
Slika 42.	Dijagramski prikaz rezultata širine delaminacije DAMAGEMT varijable korištenjem površina kohezivnog ponašanja.....	62
Slika 43.	Prikaz rezultata DAMAGEMT varijable za modele različitih postavnih kutova korištenjem <i>Tie</i> interakcije .....	63
Slika 44.	Dijagramski prikaz rezultata duljine delaminacije DAMAGEMT varijable korištenjem <i>Tie</i> interakcije .....	64
Slika 45.	Dijagramski prikaz rezultata širine delaminacije DAMAGEMT varijable korištenjem <i>Tie</i> interakcije .....	64
Slika 46.	Prikaz rezultata HSNMTCRT varijable za modele različitih postavnih kutova korištenjem kohezivnih elemenata .....	66
Slika 47.	Dijagramski prikaz rezultata duljine delaminacije HSNMTCRT varijable korištenjem kohezivnih elemenata .....	67
Slika 48.	Dijagramski prikaz rezultata širine delaminacije HSNMTCRT varijable korištenjem kohezivnih elemenata .....	67



---

Slika 49.	Prikaz rezultata HSNMTCRT varijable za modele različitih postavnih kutova korištenjem površina kohezivnog ponašanja.....	68
Slika 50.	Dijagramski prikaz rezultata duljine delaminacije HSNMTCRT varijable korištenjem površina kohezivnog ponašanja.....	69
Slika 51.	Dijagramski prikaz rezultata širine delaminacije HSNMTCRT varijable korištenjem površina kohezivnog ponašanja.....	69
Slika 52.	Prikaz rezultata HSNMTCRT varijable za modele različitih postavnih kutova korištenjem <i>Tie</i> interakcije .....	70
Slika 53.	Dijagramski prikaz rezultata duljine delaminacije HSNMTCRT varijable korištenjem <i>Tie</i> interakcije .....	71
Slika 54.	Dijagramski prikaz rezultata širine delaminacije HSNMTCRT varijable korištenjem <i>Tie</i> interakcije .....	71

## **POPIS TABLICA**

Tablica 1. Materijalna i mehanička svojstva višeslojne kompozitne ploče [40,41].....	31
Tablica 2. Mehanička svojstva za kohezivno ponašanje [40-42] .....	34

## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
$c_d$	m/s	Brzina širenja vala
$C_d$	Pa	Matrica elastičnosti u kojoj je stanje oštećenosti uzeto u obzir
$d$	-	Parametar oštećenja definiran na temelju ekvivalentnog pomaka
$d_f$	-	Parametar oštećenja vlakna
$d_f^c$	-	Parametar tlačnog oštećenja vlakna
$d_f^t$	-	Parametar vlačnog oštećenja vlakna
$d_m$	-	Parametar oštećenja matrice
$d_m^c$	-	Parametar tlačnog oštećenja matrice
$d_m^t$	-	Parametar vlačnog oštećenja matrice
$d_s$	-	Parametar posmičnog oštećenja
$D$	-	Parametar oštećenja
$E$	Pa	Modul elastičnosti
$E_i, i = 1, 2, 3$	Pa	Modul elastičnosti u pravcu glavne materijalne osi $i$
$E_{nn}$	Pa	Modul elastičnosti međusloja
$E_{ss}$	Pa	Smični modul međusloja
$E_{tt}$	Pa	Smični modul međusloja
$F_f^c$	-	Kriterij tlačnog popuštanja vlakna
$F_f^t$	-	Kriterij vlačnog popuštanja vlakna
$F_m^c$	-	Kriterij tlačnog popuštanja matrice
$F_m^t$	-	Kriterij vlačnog popuštanja matrice
$G$	Pa	Modul smicanja
$G_j, j = 2, 3$	Pa	Smični modul međusloja
$G_{ij}, i, j = 1, 2, 3$	Pa	Modul smicanja u glavnom materijalnom koordinatnom sustavu
$G_I$	J/m <sup>2</sup>	Energija loma pri prvom načinu loma
$G_{Ic}$	J/m <sup>2</sup>	Kritična vrijednost energije loma za prvi način loma
$G_{II}$	J/m <sup>2</sup>	Energija loma pri drugom načinu loma
$G_{IIc}$	J/m <sup>2</sup>	Kritična vrijednost energije loma za drugi način loma
$G_{III}$	J/m <sup>2</sup>	Energija loma pri trećem načinu loma
$G_{IIIc}$	J/m <sup>2</sup>	Kritična vrijednost energije loma za treći način loma
$I$	N	Vektor unutarnjih sila
$K$	N/m <sup>3</sup>	Penalty krutost

$L^C$	m	Karakteristična duljina konačnog elementa
$L^e$	m	Najmanja duljina konačnog elementa
$m$	kg	Masa
$\mathbf{M}$	kg	Matrica mase sustava konačnih elemenata
$\mathbf{P}$	N	Vektor vanjskih sila
$R$	m	Radijus
$S$	Pa	Smična čvrstoća
$S_\varepsilon$	-	Dopuštena kutna deformacija
$S^L$	Pa	Uzdužna smična čvrstoća
$S^T$	Pa	Poprečna smična čvrstoća
$t$	s	Vrijeme
$\Delta t$	s	Vremenski interval
$u$	m	Horizontalna uzdužna komponenta pomaka u Kartezijevom koordinatnom sustavu
U1, U2, U3	m	Pomaci u programskom paketu Abaqus
$\mathbf{u}$	m	Vektor pomaka
$\dot{\mathbf{u}}$	m/s	Vektor brzine
$\ddot{\mathbf{u}}$	m/s <sup>2</sup>	Vektor ubrzanja
UR1, UR2, UR3	rad	Kutovi zakreta u programskom paketu Abaqus
$v$	m	Horizontalna poprečna komponenta pomaka u Kartezijevom koordinatnom sustavu
$v_i, i = x, y, z$	m/s	Vektor brzine
$w$	m	Vertikalna komponenta pomaka u Kartezijevom koordinatnom sustavu
$X_c, X^C, X'$	Pa	Tlačna čvrstoća u smjeru vlakna
$X_t, X^T, X$	Pa	Vlačna čvrstoća u smjeru vlakna
$X_{\varepsilon c}$	Pa	Dopuštena tlačna deformacija u pravcu vlakna
$X_{\varepsilon t}$	Pa	Dopuštena vlačna deformacija u pravcu vlakna
$Y_c, Y^C, Y$	Pa	Tlačna čvrstoća u ravnini sloja okomito na pravac vlakna
$Y_t, Y^T, Y'$	Pa	Vlačna čvrstoća u ravnini sloja okomito na pravac vlakna
$Y_{\varepsilon c}$	Pa	Dopuštena tlačna deformacija u smjeru okomitom na smjer vlakna
$Y_{\varepsilon t}$	Pa	Dopuštena vlačna deformacija u smjeru okomitom na smjer vlakna
$\alpha$	-	Koeficijent kojim je određen utjecaj posmičnih naprezanja u nastajanju oštećenja vlakna pri vlačnom opterećenju
$\delta_{\text{ekv}}$	m	Ekvivalentni pomak
$\delta_{\text{ekv}}^0$	m	Ekvivalentan pomak pri inicijaciji oštećenja
$\delta_{\text{ekv}}^f$	m	Ekvivalentan pomak pri vlačnom opterećenju matrice
$\delta_{\text{ekv}}^{fc}$	m	Ekvivalentan pomak pri tlačnom opterećenju vlakna

$\delta_{ekv}^{ft}$	m	Ekvivalentan pomak pri vlačnom opterećenju vlakna
$\delta_{ekv}^{mc}$	m	Ekvivalentan pomak pri tlačnom opterećenju matrice
$\delta_{ekv}^{mt}$	m	Ekvivalentan pomak pri vlačnom opterećenju matrice
$\boldsymbol{\varepsilon}, \varepsilon_{ij}$	-	Tenzor deformacija
$\eta$	-	Parametar Benzeggagh-Kenane kriterija
$\nu, \nu_{ij}, i, j = 1, 2, 3$	-	Poisson-ov faktor
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	Gustoća
$\sigma_{eq}$	Pa	Ekvivalentno naprezanje
$\sigma_{eq}^{fc}$	Pa	Ekvivalentno naprezanje pri tlačnom opterećenju vlakna
$\sigma_{eq}^{ft}$	Pa	Ekvivalentno naprezanje pri vlačnom opterećenju vlakna
$\sigma_{eq}^{mc}$	Pa	Ekvivalentno naprezanje pri tlačnom opterećenju matrice
$\sigma_{eq}^{mt}$	Pa	Ekvivalentno naprezanje pri vlačnom opterećenju matrice
$\boldsymbol{\sigma}, \sigma_{ij}$	Pa	Tenzor naprezanja
$\hat{\boldsymbol{\sigma}}, \hat{\sigma}_{ij}, i, j = 1, 2, 3$	Pa	Efektivni tenzor naprezanja
$\tau_{lc}$	Pa	Međuslojna vlačna čvrstoća
$\tau_{jc}, j = 2, 3$	Pa	Međuslojna smična čvrstoća

## SAŽETAK

U ovome je radu izvršena numerička analiza udarnih oštećenja u višeslojnim kompozitnim konstrukcijama pri malim brzinama udara pomoću metode konačnih elemenata unutar programskog paketa Abaqus/Explicit. Validacija modela i korištenih parametara utvrđivana je uspoređivanjem dobivenih numeričkih rezultata s postojećim eksperimentalnim rezultatima iz dostupne literature.

U uvodnom, prvom poglavlju je dan opći pregled kompozita, poput osnovnih karakteristika i podjela te njihove primjene. Osim toga, navedene su još i vrste oštećenja, koje se posljedično javljaju uslijed udarnih opterećenja, te uzroci i načini propagacije, kao i utjecaj pojedinih konstituenata kompozita na cjelokupan proces. S drugim je poglavljem naveden matematički model – opisane su metode i modeli, kao i kriterij popuštanja, model kohezivne zone i kohezivni konačni elementi, koji su korišteni pri vršenju simulacija. U trećem je poglavlju opisan numerički model, na kojemu su izvršene simulacije, sa svim potrebnim veličinama i karakteristikama. Četvrto poglavlje sadrži rezultate analiza i osvrt na iste, utemeljen na usporedbi (validaciji) rezultata dobivenih numeričkom analizom i eksperimentalnih rezultata iz dostupne literature. Posljednje, peto poglavlje donosi zaključak donesen na temelju rezultata iz četvrtog poglavlja.

Ključne riječi: numeričko modeliranje oštećenja, delaminacija, višeslojne kompozitne konstrukcije, model kohezivne zone, kohezivni elementi, kriterij popuštanja, jedva vidljiva udarna oštećenja.

## SUMMARY

In this thesis, a numerical analysis of impact damage in laminated composite structures at low velocities was performed by using the finite element method using the Abaqus/Explicit software. Validation of the numerical model and used parameters was done by comparison of the obtained results with the experimental results from available literature.

In the first, introductory chapter a general overview of the composites is given - basic features, classifications and applications. Furthermore, failure models that occur due to impact loads are explained. Furthermore, causes and propagation modes, as well as the individual influence of composite constituents on the entire damage process was explained in this chapter. The second chapter outlines the mathematical model – the used methods and models are described, as well as the failure criteria, the cohesive zone model, and the cohesive finite elements, that were used in the analysis. In the third chapter, a numerical model is described, including all required data and characteristics. Chapter four contains the results of the analysis and their interpretation based on the comparison (validation) with experimental results from the available literature. The last, fifth chapter brings a conclusion based on the results presented in the fourth chapter.

Key words: numerical modelling of damage, delamination, laminated composite structures, cohesive zone model, cohesive elements, failure criterion, barely visible impact damage.

## 1. UVOD

Kompozitni materijali, ili skraćeno kompoziti (eng. *composite materials, composites*), su materijali koji se sastoje od dvaju ili više međusobno (čvrsto) povezanih konstituenata, odnosno faza različitih mehaničkih svojstava radi dobivanja novog materijala s drukčijim fizikalnim ili kemijskim svojstvima. Dva su osnovna konstituenta (faze):

- matrica (eng. *matrix*),
- ojačalo (eng. *reinforcement*),

gdje je matrica osnovni, odnosno temeljni, a ojačalo dodatni konstituent. Matrica drži ojačala zajedno i oblikuje vanjsku formu kompozita, dok su ojačala osnovni nosivi element kompozita te mu daju čvrstoću, krutost i otpornost na trošenje [1-3]. Osim navedenih funkcija matrice, ista također ima važnu ulogu u prijenosu opterećenja na vlakna i štiti kompozit od utjecaja okoline. Kompoziti se najčešće sistematiziraju prema materijalu matrice i obliku ojačala, a karakteristike im ovise o slijedećim stavkama: veličini i raspodijeli konstituenata (matrice i ojačala), zatim svojstvima, obliku i volumnom udjelu konstituenata, te, u konačnici, prirodi i jakosti veza između konstituenata [2].

Generalno, ojačala su najčešće u obliku vlakana (eng. *fibres*) te čine 60 – 70 % ukupnog volumnog udjela kompozita, a materijali od kojih se izrađuju i najviše upotrebljavaju su ugljična (eng. *carbon fibre*), staklena (eng. *glass fibre*), aramidna (Kevlar® i Nomex®, primjerice) i metalna (eng. *metallic fibre*) vlakna. Sistematizacija vlakana može se napraviti prema vrsti, promjeru i duljini vlakana, ali također i prema orijentaciji te prema hibridizaciji (sistematizacija prema načinu kombinacije dvaju ili više različitih vrsta vlakana) [2]. S obzirom na ulogu u kompozitnom materijalu, vlakna trebaju biti čvrsta i kruta, lagana te visokog tališta [2]. Najjednostavniji kompozitni materijal ojačan vlaknima komponiran je od tri konstituenta - vlakana, matrice te od međufaznog područja (eng. *interface*), čija je uloga osiguranje čvrste veze između matrice i vlakana kao ojačala [3,4]. U najopćenitijem slučaju karakteristike kompozitnog materijala ojačanog vlaknima ovise o omjeru duljine i promjera vlakana, volumnom udjelu vlakana, rasporedu, odnosno orijentaciji vlakana, svojstvima vlakana te, u konačnici, i svojstvima matrice u kojoj se nalaze [2]. Vlaknasta ojačala se primjenjuju intenzivno u građevinskoj industriji, npr. kao umrežene čelične šipke za ojačavanje betona, tzv. armatura. Nadalje, vlaknom ojačani poznati proizvodi su i stakleni, odnosno plastični proizvodi ojačani čeličnom žicom te polimer ojačan ugljičnim vlaknima,



poznat kao i CFRP (eng. *Carbon Fibre Reinforced Plastics*). Na slici 1 ilustrirani su primjeri kompozita ojačani različitim materijalima vlakana.



a)



b)

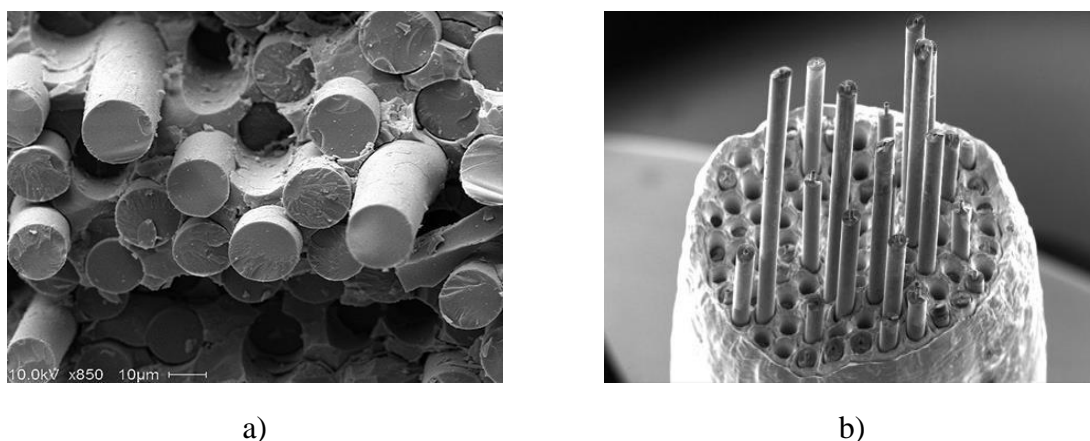
**Slika 1. Kompoziti ojačani vlaknima: a) CFRP - termoplastične ploče ojačane tkanim ugljičnim vlaknima (CF/PPS) [5]; b) Kevlar® K-29 stil 745 – tkanje za balističke primjene [6]**

Osim vlaknastih ojačala, postoje još i ojačala u obliku čestica (npr. beton, koji se još može dodatno ojačati armiranjem) te strukturni kompoziti kao sam oblik ojačala, koji se dijele na višeslojne kompozite, laminate (primjerice šperploča ili višeslojni kompozit s različitom orijentacijom vlakana, kao ojačala u polimernim matricama, po slojevima), i *sandwich* konstrukcije [2]. *Sandwich* konstrukcije sastoje se od laganog srednjeg dijela, jezgre, te od tankih vanjskih slojeva. Vanjski su slojevi obično izrađeni od aluminija te od CFRP, odnosno GFRP materijala, dok se jezgra javlja najčešće u obliku pjene (poliuretanska ili polietilenska, primjerice) ili saća (alumijsko saće, saće od Nomex®-a ili saće od plastomera [7]), ali se također pojavljuje i u drugim oblicima – valoviti karton, na primjer [2,8]. Aluminijske *sandwich* konstrukcije s jezgrom u obliku saća primjenjuju se u konstrukciji zrakoplova [8]. Na slici 2 lijevo prikazana je šperploča breze kao primjer višeslojnog kompozita, dok je desno ilustriran primjer aluminijske *sandwich* strukture s jezgrom u obliku saća.



**Slika 2. Strukturalni kompoziti: a) višeslojni kompozit – šperploča breze [9]; b) aluminijska sandwich struktura s jezgrom u obliku pčelinjih saća [10]**

Matrice mogu biti polimerne (plastomeri i duromeri), ugljične, od cementa, metalne (eng. *Metal Matrix Composites* - MMC), keramičke (eng. *Ceramic Matrix Composites* - CMC), staklene itd. Unatoč dominantnosti uporabe polimernih matrica (epoksidne i poliimidne smole u zrakoplovnim konstrukcijama), u velikoj se mjeri koriste i metalne te keramičke matrice. Bitna značajka kompozita s metalnom matricom jest to da ima dobra mehanička svojstva (vrlo visoka čvrstoća i krutost uz vrlo malu gustoću, otpornost na trošenje te vrlo dobra svojstva na visokim temperaturama) te je omogućeno korištenje istih na temperaturama višim od 700 C°, no tehnologija izrade istih je poprilično komplicirana, što za sobom nosi i visoku cijenu proizvodnje [1,2]. Primjenu metalne matrice moguće je pronaći u automobilske i zrakoplovnoj, odnosno svemirskoj industriji [2]. Keramičke matrice se odlikuju iznimnim otpornostima na koroziju i na toplinski šok te su se pokazale veoma stabilnim na ekstremno visokim temperaturama, što je rezultiralo korištenjem istih za izradu komponenti primjerice plinske turbine [11]. Povrh toga, koriste se još i u zrakoplovnoj, odnosno automobilske industriji, npr. pri izradi dijelova kočnica [2,12]. Slika 3 prikazuje mikrostrukture matrica izrađenih od različitih materijala.



**Slika 3. Mikrostruktura CMC i MMC kompozita: a) CMC - keramička matrica (SiC) ojačana SiNC vlaknima [13]; b) MMC - metalna matrica (Cu) ojačana SiC vlaknima [14]**

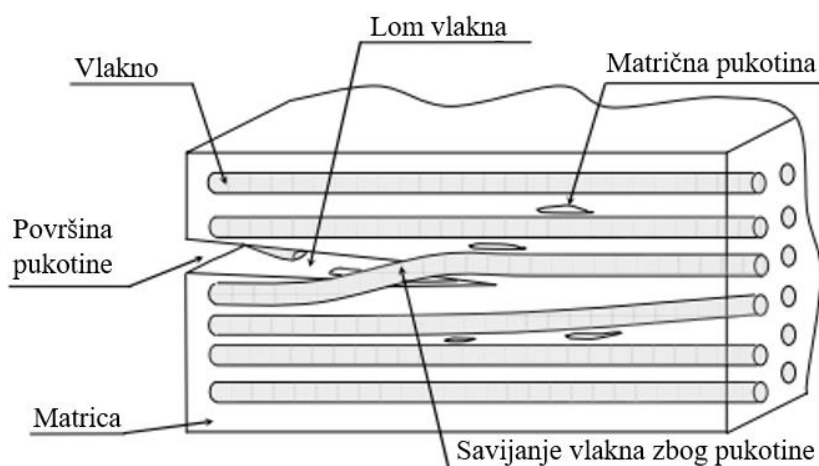
Izuzetna posebnost kompozitnih materijala je u tome što se kombiniranjem faza različitih materijalnih svojstava postižu specifične karakteristike i svojstva koja se najčešće razlikuju od karakteristika i svojstava pojedinačnih faza, bilo to u pogledu kvalitete, povećanja ili smanjenja vrijednosti određenog svojstva, ili kvantitete, dobivanja “novog” svojstva kakvog ne posjeduju konstituenti pojedinačno. Upravo je zbog visokih mogućnosti manipulacije i prilagodbe raznim uvjetima pri proizvodnji primjena kompozitnih materijala široka te se u inženjerske svrhe koriste intenzivno. A propos intenzivne primjene u inženjerske svrhe od velikog je značaja i karakteristika kompozita da s relativno malom masom posjeduje iznimno visoke vrijednosti mehaničkih svojstava kao što su, primjerice, čvrstoća, krutost i tvrdoća, a također su otporni i na koroziju [1,2,15]. Uspoređujući kompozitne materijale kao takve s tradicionalnim materijalima (čelik, željezo i drvo, primjerice), upravo su ih zbog iznad navedenih svojstava (mala masa i visoka čvrstoća/krutost) kompoziti nadvladali u velikom broju primjena [4], poput avioindustrije (intenzivnija upotreba nakon drugog svjetskog rata [16]) i svemirske industrije, automobilske industrije [17-20], vojne industrije [19] te građevinarstva [15]. Potvrda intenzivne uporabe kompozitnih materijala u avioindustriji jest činjenica da zrakoplovi Airbus A-350 i Boeing 787 imaju preko 50% masenog udjela istih u ukupnoj masi konstrukcije [16].

Kao suprotnost prethodno navedenome, kompoziti također posjeduju i negativne karakteristike. S obzirom da su to materijali sastavljeni od više konstituenata, veoma su osjetljivi na udarna opterećenja (eng. *impact loading*). To se naročito odnosi na višeslojne kompozitne konstrukcije koje su osjetljivije na udarna oštećenja u odnosu na metalne

konstrukcije istih uloga u primjeni i sličnih konstruktivnih karakteristika [4,21-23]. Glavni oblici oštećenja višeslojnih kompozita, najčešće uslijed udarnog opterećenja, su [21-24]:

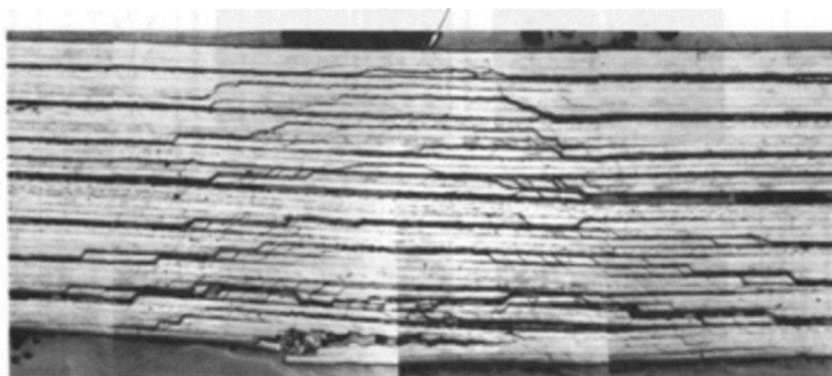
- Intralaminarna oštećenja: pukotina se nalazi unutar sloja kompozitne konstrukcije:
  - pucanje matrice (eng. *matrix cracking*) i vlakana (eng. *fibre breakage*), odvajanje matrice i vlakana (eng. *matrix-fibre debonding*), izvijanje vlakana (eng. *fibre kinking*),
- Interlaminarna oštećenja: pukotina se nalazi između dva susjedna kompozitna sloja na mjestu međusobnog spajanja (eng. *interface*):
  - delaminacija (eng. *delamination*),
- Poprečno oštećenje: smjer pukotine jest okomit na kompozitne slojeve.

Na slici 4 su prikazani načini oštećenja kompozita s istosmjernim vlaknima.



**Slika 4. Načini oštećenja kompozita s istosmjernim vlaknima [23,24]**

Spomenute vrste oštećenja predstavljaju velik problem jer im je mjesto iniciranja teško predvidljivo, a zbog višeslojne građe kompozitnih konstrukcija neke su vrste oštećenja neprimjetne vizualnim pregledom. Za takve vrste oštećenja, koja se nalaze unutar kompozitnog materijala i nisu vidljiva vizualnim pregledom, kažemo da su teško vidljiva udarna oštećenja te ih se u literaturi može pronaći pod kraticom BVID (eng. *Barely Visible Impact Damage*) [23]. Na slici 5 prikazan je primjer BVID oštećenja na CFRP kompozitnoj konstrukciji.



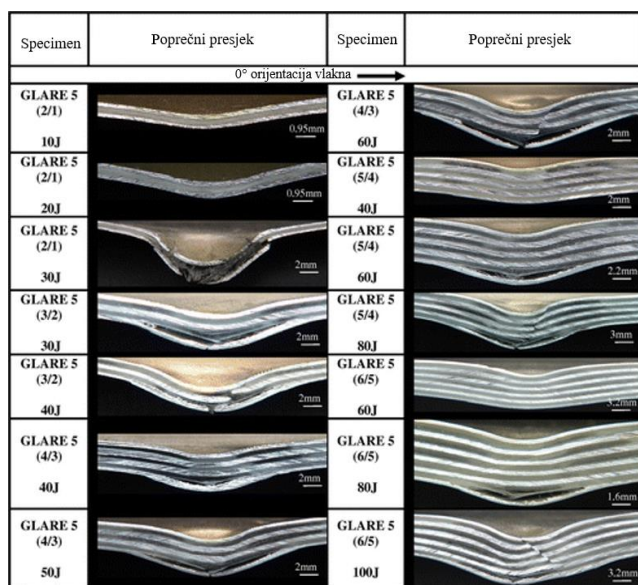
**Slika 5. BVID oštećenja na CFRP kompozitnoj konstrukciji [25]**

Za otkrivanje teško vidljivih udarnih oštećenja najčešće se koriste nerazorne metode ispitivanja, poput ultrazvučnog C-skena (eng. *ultrasonic C-scan*) i rendgenskog zračenja, odnosno X-zraka [13,23,26,27].

Osim uslijed udarnih opterećenja, delaminacija (ali također i ostali oblici oštećenja) može nastupiti isto tako i prilikom proizvodnje (bušenje, zaostala toplinska naprezanja itd.) ili može biti posljedica međuslojnih normalnih i smičnih naprezanja koje uzrokuju geometrijske karakteristike poput zakrivljenih dijelova konstrukcije i slobodnih rubova [23,24]. Prema radovima koji se odnose na istraživanje kompozitnih konstrukcija, delaminacija se generalno tretira kao međuslojni proces oštećenja koji se odvija isključivo na spoju dvaju susjednih slojeva (eng. *interface*) s različitom orijentacijom vlakana (tzv. različitim postavnim kutom, ukoliko se radi o kompozitu ojačanom vlaknima), ali ne i kao proces oštećenja između konstituenata međusobno ili unutar pojedinačnog konstituenata (npr. matrice) [21-24]. Na temelju navedenog, delaminacija se smatra najkritičnijom pojavom oštećenja te kao takva je veoma važna za proučavanje i predviđanje zato što svojom inicijacijom (obično nastane kao posljedica pukotina u matrici) i širenjem (oštećenja se učestalo šire unutar kompozitne konstrukcije uslijed opterećenja) značajno reducira svojstva kompozita (npr. krutost) i otpornost na zamor te može doći do uranjenog izvijanja višeslojnog kompozita, kao i do kolapsa cijele kompozitne konstrukcije tijekom eksploatacije [4,21,23,24].

Pojava udarnog opterećenja na kompozitne konstrukcije od strane raznih „vanjskih“ objekata učestala je pojava, bilo to prilikom proizvodnje iste, radnog vijeka ili tijekom održavanja. Najjednostavniji primjer udarnog opterećenja prilikom proizvodnje, ili održavanja, jest pad alata na konstrukciju. Ili, dok je u radnom vijeku, primjerice na automobilu, gdje se tijekom vožnje može dogoditi udarno opterećenje uzrokovano florom (npr. grana ili neki veći komad

drveta) ili faunom (razne divljači). Dakle, postoje razni primjeri udarnih opterećenja koji se mogu pojaviti za vrijeme postojanja kompozitne konstrukcije, a mogu se sistematizirati od najjednostavnijih primjera udara pri malim brzinama (eng. *low velocity impact*, pad alata pri održavanju), pa sve do udara pri hiperbrzinama (eng. *hypervelocity impact*, udar čestica u svemiru na svemirske letjelice). Slika 6 prikazuje posljedice udarnog opterećenja za različite materijale pri različitim brzinama.



a)



b)

**Slika 6. Udarna opterećenja pri različitim brzinama: a) udari pri malim brzinama na GLARE kompozit [28]; b) udar aluminijske kuglice pri hiperbrzini na aluminijski blok debljine 18 cm [29]**

U ovome će se radu promatrati udari na kompozitnu konstrukciju ojačanu vlaknima pri malim brzinama, stoga je u potpoglavlju 1.1 detaljnije pojašnjen utjecaj svojstava konstituenata, rasporeda slojeva, debljine i sličnih parametara kompozitne konstrukcije ojačane vlaknima na udarno opterećenje pri malim brzinama.

### 1.1. Udarno opterećenje pri malim brzinama

Kako je prethodno navedeno u poglavlju 1, udarna se opterećenja mogu klasificirati prema brzini udara objekta, ali isto tako podjela se može izvršiti i prema iznosu kinetičke energije objekta koji uzrokuje udarno opterećenje [23]. Općenito, prema klasifikaciji po brzini udara, za udarno opterećenje pri malim brzinama smatra se pad povećeg objekta s malom brzinom na konstrukciju (pad alata pri brzini od 3 do 4 m/s, primjerice), dok udarno opterećenje

velikih brzina definira udarni objekt, obično manjih dimenzija nego objekt za udarna opterećenja malih brzina, pri velikim brzinama. Pri velikim brzinama udarni objekt uzrokuje potpunu penetraciju u materijal (npr. metak iz oružja poput automatske puške, koji putuje brzinom reda od nekoliko stotina metara u sekundi) [4,21,30]. Prema [21], udari pri kojima se događa potpuno probijanje materijala nazivaju se balističkim udarima (eng. *ballistic impact*). Najčešći oblici oštećenja koji se javljaju kao posljedice udarnih opterećenja uslijed malih brzina, odnosno kombinirana pojava istih, su pucanje matrice, lokalni lom vlakna (nalazi se blizu mjesta udara te oštećenje istog ne utječe na ostatak konstrukcije, koji može ostati neoštećen) na gornjoj strani udarom zahvaćene površine kompozitne konstrukcije, zatim lomovi vlakna i odvajanje slojeva na donjoj strani kompozitne konstrukcije te višeslojna delaminacija [24].

Tijekom konstruiranja kompozitnih struktura potrebno je razmotriti dvije stavke – otpornost na oštećenje (eng. *damage resistance*) i tolerancija na oštećenje (eng. *damage tolerance*) [21,23]. Otpornost na oštećenje može se definirati kao sposobnost materijala ili konstrukcije da se odupre pojavi oštećenja [31], dok se tolerancija na oštećenje objašnjava kao sposobnost oštećenog materijala ili oštećene konstrukcije da s preostalim mehaničkim svojstvima ostane funkcionalna i da može izdržati određeni iznos opterećenja [21,23]. Otpornost na oštećenje može se odrediti mjerenjem iznosa opterećenja pri kojemu se javlja oštećenje na neoštećenom uzorku tijekom jednostavnog udarnog opterećenja, no postoje i razni numerički modeli koji se nazivaju kriterijima popuštanja te služe za predviđanje pojave oštećenja u kompozitnom materijalu ili konstrukciji [1,3,23]. Eksperimentalnim se istraživanjima proučava i tolerancija na oštećenje, no isto tako se može odrediti i numeričkim putem pomoću raznih dostupnih modela za određivanje preostalih mehaničkih svojstava nakon što se u materijalu ili konstrukciji pojave oštećenja [21,23].

Pojava oštećenja i način deformiranja kompozitnog materijala, odnosno konstrukcije, ovise o kemijskim i mehaničkim svojstvima triju osnovnih konstituenata kompozita – matrice, vlakana i međufaznog područja koje spaja matricu s vlaknima, ali i o geometrijskim karakteristikama, poput debljine poprečnog presjeka ili rasporeda slojeva i orijentacije vlakana [4]. Dakako da i način opterećenja, osim prethodno navedenog, utječe na deformaciju te pojavu odgovarajućih oštećenja [4,21]. U slijedećem je potpoglavlju 1.1.1 naveden utjecaj navedenih stavki na udarno oštećenje.



### ***1.1.1. Utjecaj pojedinih konstituenata i parametara kompozita na udarno oštećenje***

Kao mjera otpornosti na pojavu oštećenja kompozitnih konstrukcija pri udarnom opterećenju uzima se sposobnost apsorpcije energije. Kinetička energija udarača se pri udaru apsorbira u energiju elastične deformacije konstrukcije. Oštećenje nastupa u slučaju kada energija udarnog opterećenja nije u potpunosti apsorbirana. Drugim riječima, ukoliko konstrukcija elastičnom deformacijom ne može apsorbirati svu kinetičku energiju udarača, višak energije izaziva oštećenje prema pristupim mehanike oštećenja. Jednostavan način procjene sposobnost apsorpcije energije nekog materijala/konstituenta jest razmatranje površine ispod krivulje u dijagramu ovisnosti naprezanja i deformacije. Primjer materijala koji dobro apsorbira energiju su aramidna vlakna (Kevlar®), koja imaju veliku površinu ispod krivulje [4].

Uspoređujući utjecaj konstituenata, prema [4] veća je mogućnost pojave oštećenja u matrici ili na spoju matrice i vlakana, u usporedbi s oštećenjem vlakna, zato što je energija potrebna za pojavu oštećenja istih manja od energije potrebna za oštećenje vlakna jer vlakna zbog svojih mehaničkih svojstava imaju veću sposobnost apsorpcije energije.

S obzirom da struktura kompozitnog materijala može varirati zbog mogućnosti različitih konstrukcijskih i materijalnih kombinacija, posljedice udarnih opterećenja za razne strukturne kombinacije kompozitnih materijala nisu iste. Stoga su u nastavku navedeni generalni zaključci, koji vrijede općenito za pojedini konstituent i parametar kompozita, ali i za cijeli kompozitni materijal, odnosno kompozitnu konstrukciju, dok je detaljnije ponašanje raznih kompozitnih materijala i konstrukcija moguće pronaći u [4], uz ispod navedene činjenice.

#### ***1.1.1.1. Matrica***

Uloga matrice jest, kako je i rečeno u uvodnom poglavlju 1, da štiti od utjecaja okoline, drži vlakna na okupu i prenosi opterećenje na njih te je kao takva veoma važna za određivanje otpornosti prema udarnom opterećenju i za nosivost opterećenja nakon pojave oštećenja. Čvrstoća i krutost matrice općenito su nižih vrijednosti u odnosu na vlakana, što rezultira i manjom otpornošću prema udarnom opterećenju. Pojava i širenje pukotine u matrici, tj. delaminacija može sniziti nosivost opterećenja kompozita i do 50% [4].



### 1.1.1.2. Vlakna

Važnost uloge vlakna u kompozitnom materijalu jest velika jer mu daje čvrstoću i snosi značajan dio narinutog opterećenja [1,4]. Svojstva vlakana također imaju znatan utjecaj na otpornost kompozitnog materijala, odnosno konstrukcije, na udarno opterećenje, ali i na preostala mehanička svojstva (nosivost opterećenja) kompozita, no bitno je napomenuti kako kompozitni materijali koji imaju visoku otpornost na udare ne moraju nužno i imati dobra preostala mehanička svojstva nakon pojave oštećenja [4]. Temeljni parametar za određivanje otpornosti prema udarnim opterećenjima pri malim brzinama, kako je i navedeno u uvodu potpoglavlja 1.1.1, jest sposobnost apsorpcije energije. S obzirom na sastav kompozitnog materijala, često je teško procijeniti utjecaj pojedine karakteristike vlakna na udarno oštećenje – je li pojava određenih oštećenja prouzrokovana zbog mehaničkih svojstava (primjerice krutost i čvrstoća) ili je zbog geometrijskih karakteristika (npr. promjer i oblik), odnosno karakteristika spoja vlakna i matrice. Tako, primjerice, utjecaj promjera vlakana na sposobnost apsorpcije energije za udare pri malim brzinama nije potpuno jasan, dok se za udarna opterećenja pri velikim brzinama ne može reći isto. Povećanje promjera vlakana općenito pridonosi otpornosti jer je područje pod utjecajem udara više lokalizirano (djeluje na manje područje cjelokupnog konstrukcije). Povrh toga, sposobnost apsorpcije energije cijele konstrukcije nije od toliko velikog značaja za određivanje otpornosti na udarna opterećenja u usporedbi s drugim načinima popuštanja, poput izvlačenja i loma vlakana na mjestu udara [4].

### 1.1.1.3. Spoj vlakna i matrice

Spoj vlakna i matrice ima također značajnu ulogu pri određivanju utjecaja na udarna oštećenja, kao i matrica, odnosno vlakna pojedinačno. Istraživanja su pokazala kako proces obrađivanja površine oksidacijom, što se u ovom slučaju vrši s ciljem poboljšanja povezivanja matrice i vlakana, utječe konkretno na pojavu, odnosno na otpornost na oštećenja te na mehanička svojstva nakon pojave oštećenja [4]. U slučaju udarnog opterećenja na kompozit manje površinske obrađenosti otpornost na udarna oštećenja je niža te su posljedice poput odvajanja, odnosno delaminacije velikih razmjera, uključujući i štetne posljedice na svojstva pri tlačnom opterećenju nakon udara (eng. *Compression After Impact* – CAI) [4]. Ukoliko je udarno opterećenje ostvareno na kompozitu veće površinske obrađenosti, zone oštećenja manjih su razmjera (više su lokalizirane), brzina probijanja se snižava, ali su svojstva pri tlačnom opterećenju veća. Osim navedenog, obrađene površine imaju i veću osjetljivost na zarezna djelovanja (a i pojavu samih zarez), što svakako negativno utječe na vlačnu čvrstoću

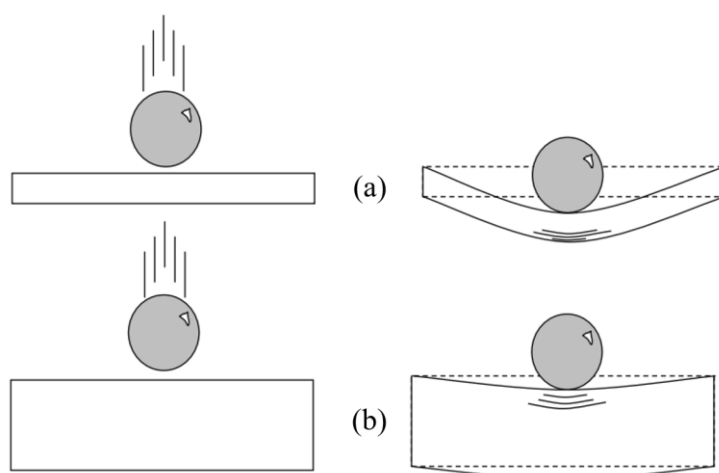
materijala nakon pojave oštećenja [4]. Na temelju navedenog može se zaključiti kako se razina obrađenosti površine treba regulirati u odnosu na unaprijed željenu primjenu kompozitne konstrukcije.

#### 1.1.1.4. Raspored slojeva

Variranjem postavnih kutova vlakana u kompozitnim materijalima mogu se postići odgovarajuća mehanička svojstva, ovisno o namjeni kompozitne konstrukcije [1]. Drugim riječima, rasporedom vlakana izravno se utječe na otpornost prema udarnim opterećenjima, odnosno sposobnost apsorpcije energije, a samim time i na načine oštećenja. Zbog niske sposobnosti apsorpcije energije, višeslojni kompoziti s istosmjernom orijentacijom vlakana (eng. *unidirectional laminates*) ne bi trebali biti izloženi udarnom opterećenju – vrlo su skloni oštećenjima [4,21]. Isto tako, skokovita razlika između orijentacijskih kutova vlakana (primjerice  $\pm 45^\circ$ , gdje je razlika  $90^\circ$ , ili direktno  $0^\circ$  i  $90^\circ$ ) pogoduje pojavi oštećenja te se takve promjene postavnih kutova trebaju izbjegavati u višeslojnim kompozitima koji bi mogli biti izloženi udarnim opterećenjima [4,21-24]. Stoga se za reduciranje pojave oštećenja osim višeslojnih kompozita s adekvatno orijentiranim vlaknima koriste i tkani kompozitni materijali (eng. *woven fabrics*) te hibridni kompoziti (kompoziti koji u jedinstvenoj matrici sadrže više vrsta vlakana za znatno poboljšanje svojstava) [4]. Također, uz navedeno, još se i prošivanjem (eng. *stitching*) na željenim dijelovima smanjuje mogućnost pojave oštećenja [4].

#### 1.1.1.5. Debljina poprečnog presjeka kompozitne konstrukcije

Za slučaj udarnog opterećenja malih brzina i geometrijska karakteristika poput debljine poprečnog presjeka je također od važne uloge u određivanju inicijacije oštećenja. Mijenjanjem debljine poprečnog utječe se izravno na dinamički odziv i mogućnost apsorpcije energije, a samim time i na otpornost prema udarnom oštećenju. No, svakako valja napomenuti kako iz navedenoga ne treba zaključiti da su kompozitne konstrukcije većih dimenzija, a samim time i debljeg poprečnog presjeka, nužno bolji apsorberi energije [4]. Na slici 7 prikazan je utjecaj debljine kompozitne konstrukcije na mjesto inicijacije oštećenja uslijed udarnog opterećenja pri malim brzinama prema [21,23,24].



**Slika 7. Prikaz udarnog opterećenja pri malim brzinama na (a) tanju kompozitnu konstrukciju i (b) deblju kompozitnu konstrukciju [23]**

Iz slike 7 moguće je uočiti kako se kompozitna konstrukcija tanjeg poprečnog presjeka uslijed udarnog opterećenja pri malim brzinama poprilično savija te se pucanje matrice i delaminacija javljaju na donjem dijelu kompozitne konstrukcije zbog velikih iznosa vlačnog naprezanja, dok se kompozitne konstrukcije debljeg poprečnog presjeka manje savijaju, što rezultira pucanjem matrice u području kontakta udarnog objekta i kompozitne konstrukcije te delaminacijom slojeva blizu kontaktnog područja uslijed velikog poprečnog normalnog i posmičnog kontaktnog naprezanja (gornji dio kompozitne konstrukcije) [21,23,24].

## 2. MATEMATIČKI MODEL

### 2.1. Metoda konačnih elemenata

Metoda konačnih elemenata, ili skraćeno MKE, jest numerička metoda koja se temelji na fizičkoj diskretizaciji kontinuuma [32]. Područje razmatranog kontinuuma s beskonačno stupnjeva slobode gibanja dijeli se na konačan broj međusobno povezanih potpodručja ili podkontinuuma koja se nazivaju konačni elementi. Konačni elementi imaju ograničen broj stupnjeva slobode te su međusobno povezani pomoću jednog ili više čvora, koji se nalaze na konturi elementa, u mrežu konačnih elemenata. Za opisivanje stanja svakog elementa, primjerice polja pomaka, deformacija, naprezanja, ali i ostalih veličina, koriste se algebarski polinomi te zbog toga su dobivena rješenja metodom konačnih elemenata približna, odnosno unesena je trajna greška u rješenja. Za kontroliranje greške i konvergencije rješenja k dovoljno točnoj vrijednosti za razmatrani problem potrebno je pravilno postaviti numerički model, a to zahtijeva dobro poznavanje fizikalnog modela i teorije konačnih elemenata, jer nemaju svi elementi jednaka svojstva te tako nemaju istu točnost za različite probleme. Osim pravilnog definiranja modela i odabira konačnih elemenata, konvergiranje k točnom rješenju analize postiže se i s povećanjem broja konačnih elemenata, što fizikalno znači – usitnjavanjem mreže. Primjena metode konačnih elemenata je prikladna za analizu problema složenih konstrukcija, prvenstveno onih koje je veoma komplicirano ili gotovo nemoguće riješiti poznatim analitičkim metodama. Pritom je neophodno korištenje računala s dovoljno resursa zbog rješavanja velikih sustava jednadžbi koje opisuju problematiku prilikom primjene metode konačnih elemenata. U današnje vrijeme postoji velik broj komercijalnih računalnih programa koji se temelje ili sadrže mogućnost analize pomoću metode konačnih elemenata – MSC Nastran™, Catia™, Abaqus itd. U ovome je radu za sve analize korišten komercijalni računalni program Abaqus, uz nelinearni pristup i eksplicitnu integraciju [33].

### Nelinearna analiza metodom konačnih elemenata

Tri su izvora nelinearnosti [33,34]:

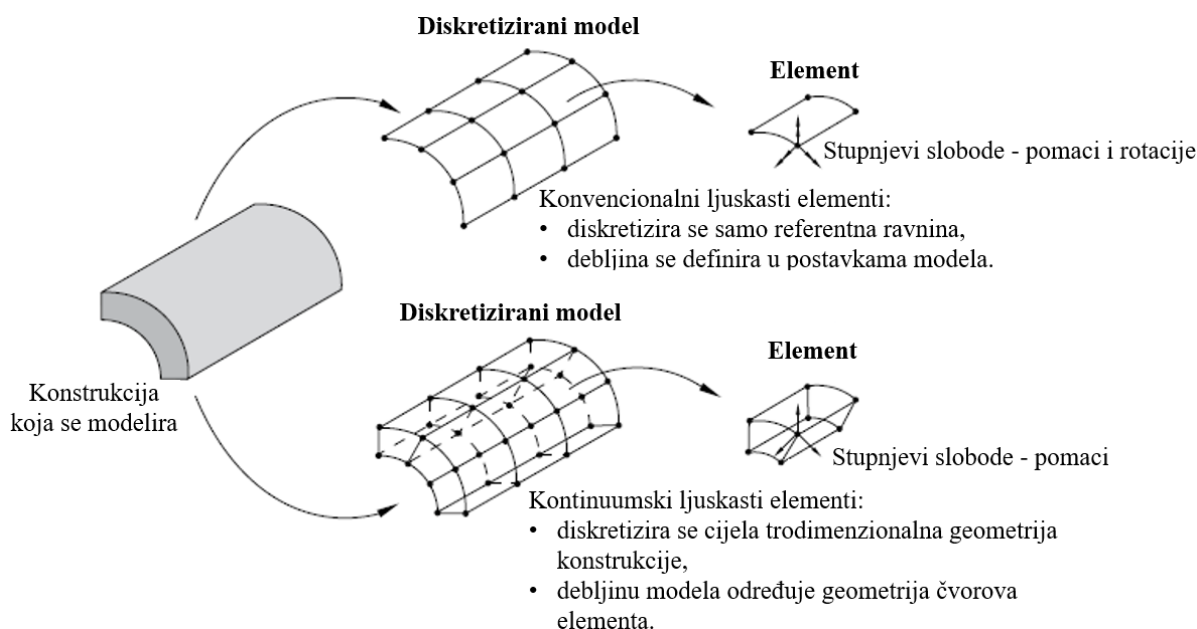
- Materijalna nelinearnost – pojava velikih deformacija, vrijednost naprezanja u materijalu iznosi više od granice proporcionalnosti samog materijala (plastičnost, viskoelastičnost, viskoplastičnost, puzanje itd.),
- Geometrijska nelinearnost – pojava velikih pomaka konstrukcije, gubitak stabilnosti,

- Nelinearnost rubnih uvjeta – javlja se mijenjanjem rubnih uvjeta tijekom analize, primjerice u slučajevima kada u analizi dolazi do kontakta ili trenja.

Proces rješavanja problema nelinearnog odziva konstrukcije temelji se na inkrementalno – iterativnim metodama te princip superpozicije nije moguće primijeniti [34]. U analizama eksplicitni algoritam integriranja integrira s vrlo malim vremenskim korakom, stoga uzimanje nelinearnosti u obzir ne produljuje vrijeme računanja [33].

### 2.1.1. Trodimenzionalni heksaedarski kontinuumski ljuskasti konačni element SC8R

Ljuskasti elementi se primjenjuju za diskretizaciju kontinuuma čija je debljina značajno manja u odnosu na preostale dimenzije [32]. Primjeri prikladnih konstrukcija za diskretizaciju ljuskastim elementima su višeslojni kompoziti (detaljno modeliranje svakog sloja posebno), *sandwich* konstrukcije, monolitni kompozitni paneli itd. [33]. Plohe koje omeđuju ljuskasti kontinuum su zakrivljene, isto kao i srednja ploha. U programskom paketu Abaqus razlikuju se dvije vrste implementiranih ljuskastih elemenata – konvencionalni i kontinuumski ljuskasti elementi [33]. Slika 8 prikazuje razliku između konvencionalnih i kontinuumskih ljuskastih konačnih elemenata.

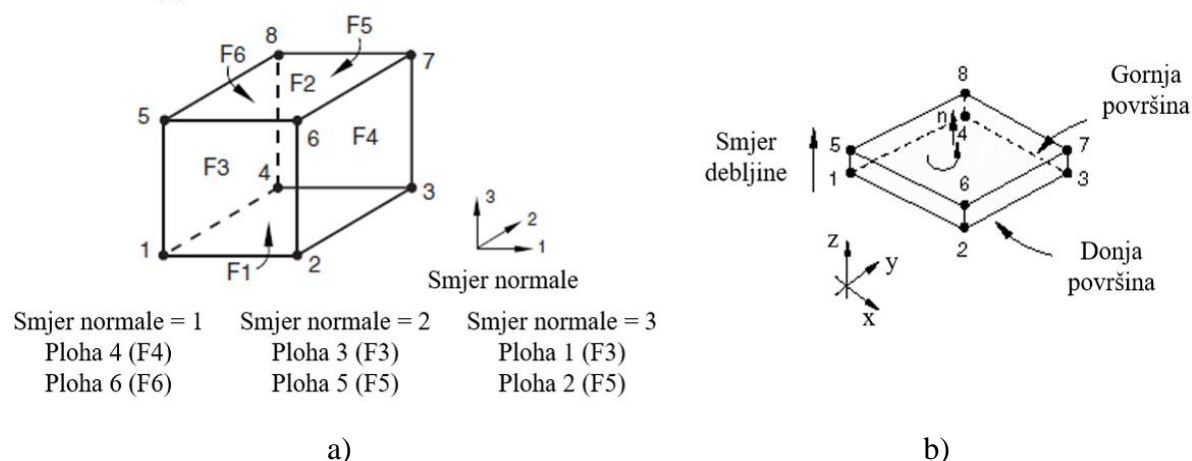


**Slika 8. Razlika konvencionalnih i kontinuumskih ljuskastih konačnih elemenata [33]**

Na temelju slike 8 moguće je uvidjeti slijedeće razlike između konvencionalnih i kontinuumskih ljuskastih elemenata - konvencionalnim elementima diskretizira se samo

referentna ravnina te se debljina definira u postavkama modela, dok se kontinuumskim elementima diskretizira cijela trodimenzionalna konstrukcija i debljina je određena iz geometrije čvorova elementa [33]. Nadalje, kontinuumski ljuskasti elementi slični su konvencionalnim ljuskastim elementima zbog konstitutivnih i kinematičkih relacija kojima su opisani, no čvorovi kontinuumskih elemenata sadrže samo translacijske stupnjeve slobode gibanja, dok se stupnjevi slobode konvencionalnih elemenata sastoje se od pomaka i rotacija [33]. Prema [35], kontinuumski ljuskasti konačni elementi prikladni su za diskretizaciju konstrukcija manjih debljina, za opis i linearnog i nelinearnog (velike deformacije te elastoplastična svojstva) ponašanja konstrukcije te preciznije modeliraju i opisuju kontakt (udar objekta na konstrukciju, primjerice) i odzive (na primjer, naprezanja i deformacije) kompozitnih konstrukcija po debljini. Povrh toga, za modeliranje kompozitnih konstrukcija kontinuumski ljuskasti konačni element SC8R puno je prikladniji u usporedbi s konvencionalnim ljuskastim konačnim elementom jer omogućuje detaljniju diskretizaciju kroz debljinu konstrukcije, ako je potrebno i na razini sloj po sloj, te još omogućuje točniju simulaciju kontakta prilikom udarnih opterećenja, što se u ovome radu i obrađuje [33]. Kao dodatak navedenome, SC8R konačni element omogućava diskretizaciju tankih geometrija, to jest prilikom diskretizacije konstrukcija čija je dimenzija u smjeru debljine puno manja u odnosu na preostale dvije dimenzije, ne dolazi do distorzije elementa, što nije slučaj za obične kontinuumske elemente (eng. *solid/continuum element*) [33].

Ploha = F - eng. *face*

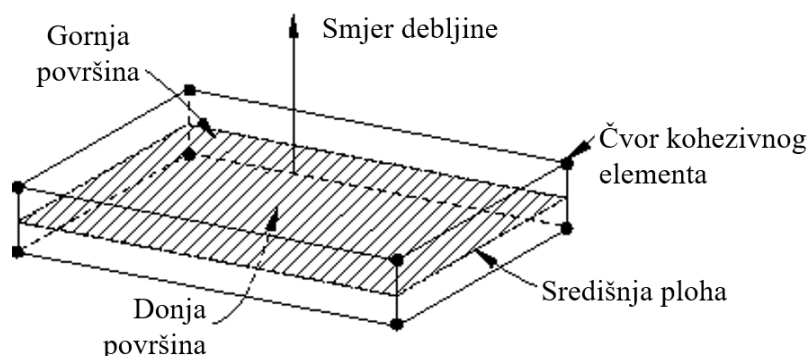


**Slika 9.** Trodimenzionalni heksaedarski kontinuumski ljuskasti konačni element SC8R: a) smjerovi normala na plohe; b) smjer normale konačnog elementa [33]

Diskretizacija svih modela u ovom radu izvršena je korištenjem trodimenzionalnih heksaedarskih kontinuumskih ljuskastih konačnih elemenata s 8 čvorova (eng. *Continuum shell element*), koji se u Abaqus-u može naći pod imenom SC8R. Na slici 9 je prikazan SC8R element, s pripadajućim čvorovima te orijentacijama normala na plohe i smjerom debljine.

### 2.1.2. Kohezivni konačni element COH3D8

Kohezivni element (eng. *cohesive element*) COH3D8, koji je implementiran u Abaqus u svrhu modeliranja kohezivnog ponašanja [33], je trodimenzionalni konačni element koji sadrži osam čvorova. Za opisivanje geometrije elementa može poslužiti slika 9, gdje su sve navedene potrebne karakteristike, primjerice poput povezanosti i pozicija čvorova te smjera normale, odnosno debljine, iste kao i za trodimenzionalni heksaedarski kontinuumski ljuskasti konačni element. Kohezivni konačni element treba razmatrati kao element koji je sastavljen od dviju ploha s čvorovima u vrhovima (gornje i donje, slika 10), odvojenih debljinom kohezivne zone.



Slika 10. Prostorni prikaz trodimenzionalnog kohezivnog elementa [33]

Kohezivni se elementi koriste pri modeliranju spoja (primjerice ljepila, eng. *adhesives*) između dviju komponenti, bilo krutih ili deformabilnih, ili za modeliranje brtvi (eng. *gaskets*), to jest brtvljenja [33]. Nadalje, koriste se također i za modeliranje područja odvajanja (eng. *debonding*) u okvirima ponašanja istih kao kohezivnih zona (eng. *cohesive zone*) [33]. U potpoglavlju 2.4 su pojašnjeni izrazi kohezivne zone i kohezivnog ponašanja, dok je u [33] moguće pronaći opširnije i detaljnije informacije o kohezivnom konačnom elementu.

## 2.2. Nelinearni eksplicitni algoritam integriranja

Kako je i navedeno u potpoglavlju 2.1, u ovome su radu sve numeričke analize izvršene pomoću računalnog programa Abaqus, koji se temelji na analizi putem metode konačnih elemenata, koristeći pritom nelinearni pristup te eksplicitni algoritam integriranja - Abaqus/Explicit [33]. Navedeni računalni program vrlo je pogodan za rješavanje nelinearnih tranzijentnih dinamičkih problema poput udarnih opterećenja. Integriranje sustava jednadžbi gibanja Abaqus/Explicit rješavač (eng. *solver*) vrši pomoću pravila središnjih diferencija (eng. *explicit central-difference time integration*), uz korištenje kinematskih uvjeta prethodnog inkrementa prilikom računanja brzina i ubrzanja u slijedećem inkrementu [33].

Prema sustavu eksplicitnih jednadžbi dinamičke ravnoteže nelinearne naravi, koje rješavač koristi, produkt matrice masa i vektora čvornih ubrzanja jednak je vektoru sila u čvorovima. Matematički zapis toga jest

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} = \mathbf{P} - \mathbf{I}, \quad (1)$$

gdje  $\mathbf{M}$  predstavlja matricu masa sustava konačnih elemenata (eng. *mass matrix*),  $\ddot{\mathbf{u}}$  je vektor ubrzanja čvorova, dok  $\mathbf{P}$  i  $\mathbf{I}$  označavaju vektore vanjskih, odnosno unutarnjih sila konačnih elemenata. Upravo razlika vektora  $\mathbf{P}$  i  $\mathbf{I}$  čini vektor sila u čvorovima elemenata. Matrica masa jest dijagonalna (eng. *lumped mass matrix*) i upravo to svojstvo uvelike omogućava eksplicitnoj metodi efikasno računanje akceleracija na početku inkrementa jer je za određivanje ubrzanja prema izrazu (2)

$$\ddot{\mathbf{u}} = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{P} - \mathbf{I}) \quad (2)$$

potrebno invertirati matricu masa ( $\mathbf{M}^{-1}$ ), a to je u ovome slučaju, zbog dijagonalnosti iste, računski relativno brza i efikasna procedura te ne zahtijeva mnogo računalnih resursa. Osim toga, prema [36], primjenom dijagonalne matrice mase pretpostavlja se jednolika raspoređenost ukupne mase elementa po njegovim čvorovima, a samim time i da su ubrzanja volumena elementa konstantna i jednaka vrijednostima u čvorovima.

Relacije (3) i (4) koriste se za izračun vektora brzina, odnosno pomaka čvorova. Izračun vektora brzine vrši se integracijom prema pravilu središnjih diferencija, uz pretpostavku konstantnih ubrzanja. Kako je i prikazano relacijom (3), za izračun brzine na sredini tekućeg inkrementa zbrajaju se brzina u sredini prethodnog inkrementa i promjena brzine u tekućem inkrementu



$$\dot{\mathbf{u}}|_{(t+\Delta t/2)} = \dot{\mathbf{u}}|_{(t-\Delta t/2)} + \frac{\Delta t|_{(t+\Delta t)} + \Delta t|_{(t)}}{2} \ddot{\mathbf{u}}|_{(t)}. \quad (3)$$

Nadalje, prema (4), vektor pomaka čvorova računa se putem zbroja pomaka u prethodnom koraku i umnoška vremenskog koraka s brzinom izračunatom na sredini tekućeg vremenskog koraka

$$\mathbf{u}|_{(t+\Delta t)} = \mathbf{u}|_{(t)} + \Delta t|_{(t+\Delta t)} \dot{\mathbf{u}}|_{(t+\Delta t/2)}. \quad (4)$$

Dakle, prema izrazima (2), (3) i (4) se određuju ubrzanja, brzine i pomaci tekućeg vremenskog koraka, a potom se pomoću istih izračunavaju ubrzanja, brzine i pomaci idućeg vremenskog koraka. Eksplicitnim napredovanjem algoritma kroz vrijeme ista se procedura ponavlja za svaki idući korak. Svi navedeni izrazi, kao i opis istih, te sva pojašnjenja djelovanja eksplicitnog algoritma uz nelinearan pristup preuzeti su iz [33].

Integriranje metodom središnjih diferencija je uvjetno stabilna metoda, što znači da vremenski korak integracije ne smije biti veći od iznosa koji se naziva granicom stabilnosti. Ukoliko se prekorači granična vrijednost stabilnosti javljaju se numeričke nestabilnosti i nefizikalnosti rezultata. Iznos najvećeg stabilnog vremenskog koraka integracije moguće je odrediti na temelju najveće frekvencije sustava konačnih elemenata, no, zbog vrlo velike vremenske neučinkovitosti računanja na ovakav način, u Abaqus/Explicit-u se koristi jednostavnija i konzervativnija metoda približne procjene iznosa granično stabilnog vremenskog koraka. Približna procjena se određuje putem omjera najmanje duljine elementa  $L^e$  i brzine širenja vala  $c_d$  kroz njega, kako je i prikazano izrazom

$$\Delta t_{\text{stabilni}} \approx \frac{L^e}{c_d}. \quad (5)$$

Na temelju izraza (5) moguće je zaključiti kako iznos najvećeg stabilnog vremenskog koraka proporcionalno ovisi o veličini konačnih elemenata, a obrnuto proporcionalno o svojstvima materijala. Ukoliko je model načinjen od samo jedne vrste materijala, iznos najvećeg stabilnog vremenskog koraka integracije direktno je određen preko veličine najmanjeg elementa u mreži. Suprotno tome, ukoliko je model načinjen od više različitih materijala, a mreža konačnih elemenata modela strukturirana samo od elemenata identičnih dimenzija, iznos najvećeg stabilnog vremenskog koraka integracije odredit će element s najvećom

brzinom širenja vala. Ovakva procjena najvećeg stabilnog vremenskog koraka fizikalno se može protumačiti kao vrijeme koje je potrebno valu naprezanja da prijeđe udaljenost jednaku najmanjoj duljini elementa. Određivanje najvećeg stabilnog vremenskog koraka u Abaqus/Explicit-u se vrši potpuno automatski na početku svakog vremenskog koraka, uzimajući pritom i faktor korekcije procjene u obzir, stoga se iznos mijenja tijekom analize, no također je moguće i ručno definiranje iznosa – ukoliko analiza zahtijeva određeni vremenski korak. Budući da vremenski korak integracije mora biti mali (određen je uvjetom stabilnosti) za računanje cijele analize potreban je jako velik broj inkremenata – inkrementi obično ne zahtijevaju mnogo računalnih resursa, što ih, uz računalnu ekonomičnost, čini i vremenski ekonomičnim za računanje. Osim toga, manji inkrementi ne dozvoljavaju znatnija odstupanja rješenja, čime se računanje pojednostavljuje jer se kontrola točnosti rješenja ne treba učestalo vršiti, što nije slučaj za Abaqus/Standard [33].

### 2.3. Kriteriji popuštanja

S obzirom na višeslojnu i nehomogenu strukturu kompozita, koja se sastoji od minimalno dva konstituenta unutar različito orijentiranih slojeva, oštećenje, odnosno popuštanje, se može dogoditi na veoma različite načine. Najčešće razmatrani načini popuštanja su [1]:

- lom matrice,
- pucanje vlakna,
- izvlačenje vlakna,
- delaminacija – odvajanje slojeva uzrokovano lomom matrice.

Za predviđanje popuštanja kompozitnih materijala razvijen je vrlo velik broj kriterija, od kojih su najpoznatiji i najčešće korišteni (u raznim primjenama) kriterij maksimalnih naprezanja, odnosno maksimalnih deformacija, Tsai-Hill kriterij, Tsai-Wu kriterij, Hashin-ov kriterij itd. Razlike između kriterija postoje - neki su isključivo primjenjivi na jednoosna opterećenja jer pri višeosnim načinima opterećenja ne daju pouzdane rezultate (kriterij maksimalnih naprezanja i maksimalnih deformacija), dok neki za te slučajeve daju pouzdanije rezultate (Tsai-Hill i Tsai-Wu). Nadalje, kriteriji se razlikuju i po vrednovanju konačnih vrijednosti dobivenih izračunom – dobivena vrijednost pomoću Tsai-Hill i Tsai-Wu kriterija definira samo iznos naprezanja pri kojem će sloj popustiti, ali ne i način na koji će sloj popustiti, dok konačna vrijednost dobivena Hashin-ovim kriterijem popuštanja definira četiri moguća načina popuštanja kompozitnog materijala. Kriteriji se, dakle, razlikuju po mnoštvu

specifikacija te je svaki prilagođen za određenu namjenu prema svojim karakteristikama, ali još uvijek ne postoji opći kriterij koji dovoljno pouzdano predviđa popuštanje kompozitnih materijala za sve uvjete opterećenja i sve vrste kompozita.

Za određivanje kriterija popuštanja nužno je poznavati 5 parametara čvrstoće [1]:

- $X_t$  – vlačna čvrstoća u smjeru vlakna,
- $X_c$  – tlačna čvrstoća u smjeru vlakna,
- $Y_t$  – vlačna čvrstoća u smjeru okomitom na smjer vlakna,
- $Y_c$  – tlačna čvrstoća u smjeru okomitom na smjer vlakna,
- $S$  – smična čvrstoća,

ili 5 parametara deformacija, ukoliko se kriterij postavlja pomoću dopuštenih deformacija [1]:

- $X_{et}$  – dopuštena vlačna deformacija u smjeru vlakna,
- $X_{ec}$  – dopuštena tlačna deformacija u smjeru vlakna,
- $Y_{et}$  – dopuštena vlačna deformacija u smjeru okomitom na smjer vlakna,
- $Y_{ec}$  – dopuštena tlačna deformacija u smjeru okomitom na smjer vlakna,
- $S_e$  – dopuštena kutna deformacija.

Kriteriji popuštanja se uvijek postavljaju za jedan sloj te su vrijednosti naprezanja, odnosno deformacija koje ulaze u kriterij definirana u sustavu glavnih materijalnih osi jednog sloja - os 1 je u smjeru vlakana, os 2 je u ravnini, a os 3 je okomita na sloj kompozitnog materijala (slika 14) [1]. Bitno je napomenuti da njihove vrijednosti nisu glavne (svojstvene) vrijednosti tenzora naprezanja, već vrijednosti naprezanja, odnosno deformacija definiranih u sustavu glavnih materijalnih osi jednog sloja, čime se značajno razlikuju u odnosu na kriterije definirane za izotropne materijale kod kojih vrijednosti naprezanja koje ulaze u kriterije označavaju glavne vrijednosti tenzora naprezanja [1]. U ovome je radu korišten Hashin-ov kriterij popuštanja te je detaljnije pojašnjen u potpoglavlju 2.3.1.

### **2.3.1. Hashin-ov kriterij popuštanja u analizi metodom konačnih elemenata**

Prema Hashin-ovom kriteriju predviđanje popuštanja temelji se na četiri različita načina popuštanja, vezana uz vlakna i matrice, te je korišteno više od jedne komponente naprezanja za opis istih [37,38]. Kriterij je generalno namijenjen za jednousmjerene kompozite s pretpostavkom ravninskog stanja naprezanja [37]. Načini popuštanja jesu [33,37-39] :

1. Vlačno popuštanje vlakna ( $\hat{\sigma}_{11} \geq 0$ ):

$$F_f^t = \left( \frac{\hat{\sigma}_{11}}{X^T} \right)^2 + \alpha \left( \frac{\hat{\tau}_{12}}{S^L} \right)^2. \quad (6)$$

2. Tlačno popuštanje vlakna ( $\hat{\sigma}_{11} < 0$ ):

$$F_f^c = \left( \frac{\hat{\sigma}_{11}}{X^C} \right)^2. \quad (7)$$

3. Vlačno popuštanje matrice ( $\hat{\sigma}_{22} \geq 0$ ):

$$F_m^t = \left( \frac{\hat{\sigma}_{22}}{Y^T} \right)^2 + \left( \frac{\hat{\tau}_{12}}{S^L} \right)^2. \quad (8)$$

4. Tlačno popuštanje matrice ( $\hat{\sigma}_{22} < 0$ ):

$$F_m^c = \left( \frac{\hat{\sigma}_{22}}{2S^T} \right)^2 + \left[ \left( \frac{Y^C}{2S^T} \right) - 1 \right] \frac{\hat{\sigma}_{22}}{Y^C} + \left( \frac{\hat{\tau}_{12}}{S^L} \right)^2. \quad (9)$$

Inicijacija popuštanja vlakna se javlja u slučaju ako  $F_f^t$  ili  $F_f^c$  postane veće od jedan, dok popuštanje matrice nastupa ukoliko je iznos  $F_m^t$  ili  $F_m^c$  veći od jedan. U jednadžbama (6) do (9) uz parametar smične čvrstoće javljaju se dvije oznake u eksponentu,  $L$  i  $T$ , te označavaju uzdužnu i poprečnu smičnu čvrstoću, a uz te se parametre čvrstoće u jednadžbama također nalazi i koeficijent  $\alpha$ , kojim je određen utjecaj posmičnih naprezanja u nastajanju oštećenja vlakna pri vlačnom opterećenju [33,39]. U radu će se koristiti iznos koeficijenta  $\alpha = 1$ .

Konstitutivna relaciju prema kojoj se određuje odziv, odnosno naprezanje ortotropnog materijala, uz pretpostavku ravninskog stanja naprezanja, jest:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}_d \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (10)$$

gdje  $\mathbf{C}_d$  označava matricu elastičnosti elementa u kojoj je stanje oštećenosti uzeto u obzir te ima oblik

$$\mathbf{C}_d = \begin{bmatrix} (1-d_f)E_1 & (1-d_f)(1-d_m)\nu_{21}E_1 & 0 \\ (1-d_f)(1-d_m)\nu_{12}E_2 & (1-d_m)E_2 & 0 \\ 0 & 0 & (1-d_s)GD \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Indeksi koji se pojavljuju uz Poisson-ov faktor i modul elastičnosti u jednažbi (11) odnose se na osi glavnog materijalnog koordinatnog sustava jednog kompozitnog sloja. Parametar  $D$  definiran je kao

$$D = 1 - (1 - d_f)(1 - d_m)v_{12}v_{21}. \quad (12)$$

U jednažbama (11) i (12) pojavljuju se slijedeći parametri:

- $d_f$  – parametar koji definira oštećenja vlakna,
- $d_m$  – parametar oštećenja matrice,
- $d_s$  – parametar posmičnog oštećenja.

Iznosi tih istih parametara oštećenja ovise o načinu opterećenja te je stoga

$$d_f = \begin{cases} d_f^t & \text{za } \hat{\sigma}_{11} \geq 0, \\ d_f^c & \text{za } \hat{\sigma}_{11} < 0, \end{cases} \quad (13)$$

$$d_m = \begin{cases} d_m^t & \text{za } \hat{\sigma}_{22} \geq 0, \\ d_m^c & \text{za } \hat{\sigma}_{22} < 0, \end{cases} \quad (14)$$

$$d_s = 1 - (1 - d_f^t)(1 - d_f^c)(1 - d_m^t)(1 - d_m^c). \quad (15)$$

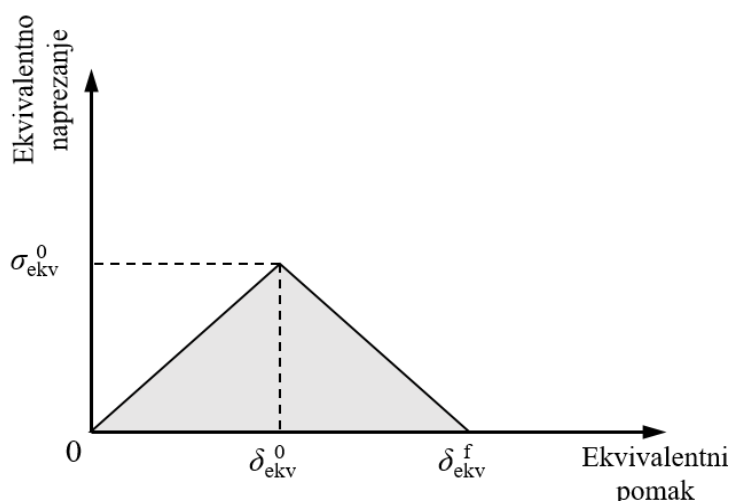
Nadalje, u jednažbama (6) do (9) te (13) i (14) javlja se član  $\hat{\sigma}_{ij}$  i označava članove efektivnog tenzora naprezanja, kojim je definirano stanje naprezanja u materijalu nakon pojave oštećenja, a određen je pomoću relacije (16)

$$\hat{\sigma} = \mathbf{M}\sigma, \quad (16)$$

u kojoj  $\mathbf{M}$  označava operator oštećenja i ima slijedeći oblik

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1-d_f)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(1-d_m)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(1-d_s)} \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Matrica operatora oštećenja je jedinična, dok je materijal u neoštećenom stanju. Stoga prema jednačbi (16) slijedi izraz  $\hat{\sigma} = \sigma$ . Do trenutka pojave oštećenja, materijal se ponaša linearno elastično, kako je i prikazano lijevim pravcem s rastućim nagibom Hooke-ovog kvalitativnog dijagrama za kompozite ojačane vlaknima na slika 11. Naznačena površina ispod trokutaste krivulje dijagrama na slici 11 označava vrijednost energije utrošene za potpuno popuštanje materijala. Nakon pojave oštećenja, vrijednosti ekvivalentnog naprezanja u materijalu počinju opadati po određenom zakonu. Krivulja koja opisuje zakon opadanja vrijednosti ekvivalentnog naprezanja nakon pojave oštećenja u ovome je slučaj pravac (linearan zakon opadanja) i ima negativan nagib (desni pravac kvalitativnog Hooke-ovog dijagrama na slici 11).



**Slika 11. Dijagram ovisnosti ekvivalentnog naprezanja i ekvivalentnog pomaka za kompozit ojačan vlaknima [33]**

Opisivanje krivulje s negativnim koeficijentom nagiba postiže se pomoću parametara oštećenja definiranih na temelju ekvivalentnih pomaka. Nakon inicijacije oštećenja vrijednosti parametara oštećenja određenog načina popuštanja poprimaju vrijednosti prema odgovarajućim opisnim jednačbama. U ovom slučaju je to jednačba (18), po kojoj se zatim postiže pravac s negativnim koeficijentom nagiba, kako je i vidljivo na slici 11.

$$d = \frac{\delta_{ekv}^f (\delta_{ekv} - \delta_{ekv}^0)}{\delta_{ekv} (\delta_{ekv}^f - \delta_{ekv}^0)}, \quad (18)$$

gdje su  $\delta_{ekv}^0$  pomak pri kojemu se oštećenje inicira i  $\delta_{ekv}^f$  pomak pri kojemu se javlja potpuno popuštanje sloja prema bilo kojem kriteriju popuštanja. U relacijama (19) do (26) dani su

izrazi za ekvivalentni pomak i ekvivalentno naprezanje za svaki od načina popuštanja [33,37-39]:

1. Vlačno opterećenje vlakna ( $\hat{\sigma}_{11} \geq 0$ ):

$$\delta_{ekv}^{ft} = L^C \sqrt{\langle \varepsilon_{11} \rangle^2 + \alpha \varepsilon_{12}^2}, \quad (19)$$

$$\sigma_{ekv}^{ft} = L^C \frac{\langle \sigma_{11} \rangle \langle \varepsilon_{11} \rangle + \alpha \tau_{12} \varepsilon_{12}}{\frac{\delta_{ekv}^{ft}}{L^C}}. \quad (20)$$

2. Tlačno opterećenje vlakna ( $\hat{\sigma}_{11} < 0$ ):

$$\delta_{ekv}^{fc} = L^C \langle -\varepsilon_{11} \rangle, \quad (21)$$

$$\sigma_{ekv}^{ft} = \frac{\langle -\sigma_{11} \rangle \langle -\varepsilon_{11} \rangle + \langle -\sigma_{11} \rangle}{\frac{\delta_{ekv}^{fc}}{L^C}}. \quad (22)$$

3. Vlačno opterećenje matrice ( $\hat{\sigma}_{22} \geq 0$ ):

$$\delta_{ekv}^{mt} = L^C \sqrt{\langle \varepsilon_{22} \rangle^2 + \varepsilon_{12}^2}, \quad (23)$$

$$\sigma_{ekv}^{mt} = \frac{\langle \sigma_{22} \rangle \langle \varepsilon_{22} \rangle + \tau_{12} \varepsilon_{12}}{\frac{\delta_{ekv}^{mt}}{L^C}}. \quad (24)$$

4. Tlačno opterećenje matrice ( $\hat{\sigma}_{22} < 0$ ):

$$\delta_{ekv}^{mc} = L^C \sqrt{\langle -\varepsilon_{22} \rangle^2 + \varepsilon_{12}^2}, \quad (25)$$

$$\sigma_{ekv}^{mc} = \frac{\langle -\sigma_{22} \rangle \langle -\varepsilon_{22} \rangle + \tau_{12} \varepsilon_{12}}{\frac{\delta_{ekv}^{mc}}{L^C}}. \quad (26)$$

U jednadžbama (19) do (26) parametar  $L^C$  označava karakterističnu duljinu konačnog elementa koji ovisi o geometriji istog, a za ljuskaste konačne elemente računa se kao kvadratni korijen površine elementa. Povrh navedenog, u istim se jednadžbama koristi i simbol  $\langle \rangle$ , koji predstavlja Macaulay-ev operator te je definiran prema izrazu

$$\langle \alpha \rangle = \frac{(\alpha + |\alpha|)}{2}. \quad (27)$$

Prema [33] se navodi da popuštanje konačnog elementa nastupa u slučaju kada svi slojevi kompozita popuste po bilo kojem načinu popuštanja prema Hashin-ovom kriteriju za popuštanje vlakna. U ovome se radu kriteriji popuštanja, odnosno kriteriji inicijacije oštećenja kontroliraju putem slijedećih izlaznih varijabli koje su definirane u Abaqus-u [33]:

- DMICRT – sve komponente kriterija popuštanja,
- HSNFTCRT – maksimalan iznos vlačnog popuštanja vlakna prema Hashin-ovom kriteriju koji se postiže tijekom analize,
- HSNFCCRT – maksimalan iznos tlačnog popuštanja vlakna prema Hashin-ovom kriteriju koji se postiže tijekom analize,
- HSNMTCRT - maksimalan iznos vlačnog popuštanja matrice prema Hashin-ovom kriteriju koji se postiže tijekom analize,
- HSNMCCRT - maksimalan iznos tlačnog popuštanja matrice prema Hashin-ovom kriteriju koji se postiže tijekom analize.

Do inicijacije oštećenja, dolazi kada je jedan od iznad navedenih kriterija zadovoljen, to jest kada je iznos nekog od iznad navedenih kriterija jednak ili veći od 1 [33]. U slučajevima kada je iznos kriterija manji od 1, tada isti kriterij nije zadovoljen, odnosno nije došlo do popuštanja prema tom kriteriju [33]. Ukoliko se u svojstvima materijala prilikom definiranja Hashin-ovog kriterija definira i podopcija propagacije oštećenja (eng. *damage evolution*), tada maksimalan iznos spomenutih varijabli iznosi 1 i ne prijelazi navedenu vrijednost [33]. Međutim, ako se podopcija progresije oštećenja ne definira, tada maksimalan iznos kriterija prilikom pojave popuštanja iznosi i više od 1 te ukazuje količinu prekoračenja kriterija [33]. Izlazne varijable oštećenja koje se koriste za kompozite ojačane vlaknima nakon definiranja podopcije progresije oštećenja jesu [33]:

- DAMAGEFT – varijabla za vlačno oštećenje vlakna,
- DAMAGEFC – varijabla za tlačno oštećenje vlakna,
- DAMAGEMT – varijabla za vlačno oštećenje matrice,
- DAMAGEMC – varijabla za tlačno oštećenje matrice,
- DAMAGESHR – varijabla za posmično oštećenje.

Raspon po kojemu se navedene varijable kreću jest također od 0 do 1 te se za oštećeni dio smatra svaki na kojemu je iznos tih varijabli u navedenom rasponu, uz uvjet da je različit od nule.



## 2.4. Model kohezivne zone (eng. *cohesive zone model*)

Model kohezivne zone (CZM) je jedan od najčešće korištenih pristupa u Mehanici oštećenja i loma za modeliranje i istraživanje inicijacije i propagacije oštećenja, koja se javljaju u kompozitnim konstrukcijama. Metoda CZM temelji se na zakonu vlačnog naprezanja i odvajanja (eng. *traction-separation law*), koji se također naziva i kohezivnim zakonom. Podrobniji opis zakona, kao i način na koji se definira, dan je u narednom potpoglavlju 2.4.1.

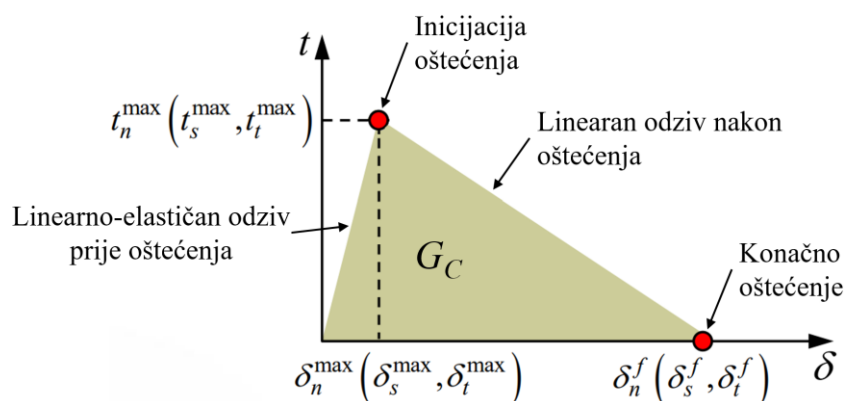
### 2.4.1. Modeliranje kohezivne zone u Abaqus-u

U programskom paketu Abaqus implementirane su dvije metode za modeliranje kohezivne zone – modeliranje kohezivnim konačnim elementima (eng. *cohesive element*) te modeliranje površina kohezivnog ponašanja (eng. *surface-based cohesive behaviour*) [33]. Kohezivno ponašanje površina definira se kao svojstvo površinske interakcije (nije materijalno svojstvo) na području dodira dvaju površina putem *master-slave* formulacije, za razliku od svojstava kohezivnih elemenata, koja se definiraju kao materijalna. Jednadžbe i zakoni koji opisuju mehanizam kohezivnih elemenata s konstitutivnim zakonom vlačnog naprezanja i odvajanja su slični jednadžbama i zakonima s kojima se opisuje kohezivno ponašanje površina. Prilikom dodjeljivanja svojstava, bilo materijalnih ili površinske interakcije, definiraju se tri temeljne stavke:

- model zakona vlačnog naprezanja i odvajanja (eng. *traction-separation law*),
- kriterij inicijacije oštećenja (eng. *damage initiation criteria*) te
- zakon razvoja, propagacije oštećenja (eng. *damage evolution law*).

Metoda modeliranja površina kohezivnog ponašanja je utemeljena na zakonu vlačnog naprezanja i odvajanja (eng. *traction-separation law*). Isto tako, zakonom vlačnog naprezanja i odvajanja može se opisati i konstitutivni odziv kohezivnih elemenata, ali bitno je napomenuti da konstitutivan odziv, odnosno ponašanje kohezivnih elemenata ovisi o specifičnoj primjeni te se temelji na pretpostavkama o stanjima deformacija i naprezanja koja su prikladna za odgovarajuću primjenu. Kohezivni elementi su specijalizirani za modeliranje i diskretizaciju ljepila, spoja između dvaju elementa, delaminacija između slojeva kompozita itd. Kako se u ovome radu vrši numerička analiza oštećenja kompozitnih konstrukcija, prikladno je koristiti konstitutivni zakon vlačnog naprezanja i odvajanja za opis područja spoja između kompozitnih slojeva koje se diskretizira s kohezivnim elementima. Osim navedenog zakona, koji se koristi u ovome radu, postoje i drugi konstitutivni zakoni kojima se

mogu definirati kohezivni elementi, no za ovaj rad ti modeli nisu potrebni te se ovdje neće navoditi – detaljnije objašnjenje istih je moguće pronaći u [33]. Za oba se modela, implementirana u Abaqus-u, pretpostavlja linearno elastično ponašanje prije inicijacije oštećenja i linearno (također može biti i eksponencijalno, no u ovome radu nije takvo korišteno) mekšanje nakon pojave oštećenja [33]. Slika 12 prikazuje dijagram zakona vlačnog naprezanja i odvajanja linearnog karaktera s pripadajućim oznakama i veličinama.



**Slika 12. Zakon vlačnog naprezanja i odvajanja – linearno ponašanje [33]**

Na slici 12 pojavljuju se veličine  $t$  i  $\delta$  – vektor vlačnog naprezanja i vektor odvajanja. Uz njih se još nalaze i oznake koje označavaju smjer djelovanja i iznos, pa tako oznaka  $\max$  predstavlja granične iznose pri kojima dolazi do pojave oštećenja, a oznaka  $f$  definira iznose pri kojima dolazi do konačnog oštećenja. Oznake koje označuju smjer djelovanja su –  $n$ , smjer normale na plohu, te  $s$  i  $t$ , dva smjera koja se nalaze u ravnini plohe (djeluju u smjeru smika). Veličina  $G_C$  definira kritičnu vrijednost energije loma materijala (eng. *fracture energy, critical strain energy release rate*), to jest graničnu vrijednost energije koja je potrebna za propagaciju oštećenja nakon inicijacije. Ovime je opisan model zakona vlačnog naprezanja i odvajanja. Nadalje, za drugu bitnu stavku pri definiranju kohezivnosti, kriterij inicijacije oštećenja, potrebno je odrediti prema kojemu će se kriteriju pojaviti oštećenja. U ovome je radu korišten kriterij zbroja kvadrata omjera vlačnih naprezanja s maksimalnim (graničnim) dozvoljenim vlačnim naprežanjem u sva tri smjera, prema jednadžbi (28)

$$\left\{ \frac{\langle t_n \rangle}{t_n^{\max}} \right\}^2 + \left\{ \frac{t_s}{t_s^{\max}} \right\}^2 + \left\{ \frac{t_t}{t_t^{\max}} \right\}^2 = 1. \quad (28)$$

Ukoliko se radi o kohezivnim elementima, tada se naziva kriterijem kvadratnog nominalnog naprezanja (eng. *quadratic nominal stress criterion*) te su iznosi maksimalnih nominalnih naprezanja one vrijednosti pri kojima se javlja deformacija  $\varepsilon$  isključivo u samo jednom smjeru, bilo u smjeru normale ili u bilo kojem smjeru smika. Za slučaj definiranja kohezivnog ponašanja površina, tada se naziva kriterijem kvadratnih naprezanja (eng. *quadratic stress criterion*) te iznosi maksimalnih kontaktnih naprezanja predstavljaju one vrijednosti pri kojima su pomaci, to jest odvajanja (eng. *separation*)  $\delta$  isključivo u samo jednom smjeru (smjer normale ili bilo koji smjer smika). Zadnja bitna stavka za definiranje kohezivnosti jest zakon propagacije oštećenja, prema kojemu se definira način na koji će se oštećenje razvijati nakon inicijacije – kod oba modela su odabrane iste postavke.

Kako je već prethodno navedeno, odziv mekšanja nakon oštećenja jest linearan. Za propagaciju oštećenja odabran je energijski način, gdje se unosi vrijednost energije oštećenja kojom se određuje vrijednost energije potrebne za propagaciju oštećenja nakon inicijacije. Energija oštećenja je definirana kao funkcija mješovitog načina (eng. *mixed mode behaviour*) propagacije oštećenja putem Benzeggagh-Kenane (BK) kriterija

$$G_{Ic} + (G_{IIc} - G_{Ic}) \left( \frac{G_{II} + G_{III}}{G_I + G_{II} + G_{III}} \right)^\eta = G_{Ic} + G_{IIc} + G_{IIIc}, \quad (29)$$

gdje je eksponent  $\eta$  parametar materijala, a oznake I, II i III označavaju prvi, drugi i treći način loma. Dakle, pomoću tri iznad opisane stavke potpuno se definira svojstvo kohezivnog ponašanja, bilo kohezivnim elementima putem materijalnog svojstva ili pomoću kohezivnog ponašanja površina preko svojstva interakcije [33].

Razmatrajući općenito, upotrebu ovih dviju metoda određuje debljina područja modeliranja [33]. U slučajevima gdje je debljina odgovarajućeg područja zanemarivo mala (dodirna područja između slojeva kompozita) prvenstveno se koristi modeliranje površinskog kohezivnog ponašanja. Ukoliko se debljina željene zone modeliranja ne može zanemariti, a povrh toga su makroskopska svojstva istog područja, primjerice krutost i čvrstoća, poznata, u toj je situaciji prikladnije koristiti kohezivne konačne za modeliranje. U ovome su radu korištena oba pristupa modeliranja u svrhu dobivanja što pouzdanije validacije rezultata.

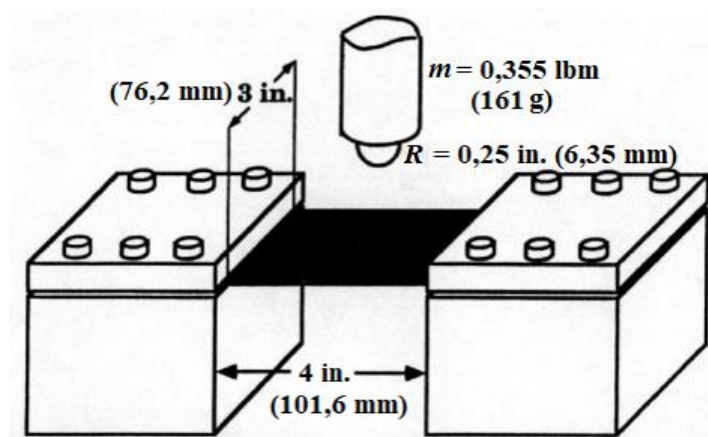
Izlazne varijable u Abaqus/Explicit-u za inicijaciju oštećenja korištenjem kohezivnog ponašanja, a koje će biti prikazane u obliku rezultata u ovome radu, su [33]:

- QUADSCRT – kriterij inicijacije oštećenja preko zbroja kvadrata nominalnog naprezanja u kohezivnim elementima,
- CSQUADSCRT – kriterij inicijacije oštećenja preko zbroja kvadrata naprezanja za kohezivne površine u *General contact* interakciji.

Oba kriterija se temelje na jednadžbi (28) te se kreću u rasponu od 0 do 1. Ukoliko je iznos varijable 1, tada je kriterij inicijacije oštećenja zadovoljen, dok za niže vrijednosti varijable kriterij nije zadovoljen. Varijabla za prikaz ukupnog oštećenja na kohezivnim površinama, koja se ujedno i prikazuje u rezultatima, naziva se CSDMG te se isto kreće u rasponu od 0 do 1. Oštećenje po CSDMG varijabli se smatra za bilo koji iznos varijable različit od nule, u spomenutom rasponu.

### 3. NUMERIČKI MODEL

Za numeričku analizu udarnih oštećenja višeslojnih kompozitnih konstrukcija pri malim brzinama udara, u svrhu validacije primijenjenih parametara i mehanizama (dva načina dodjeljivanja kohezivnog ponašanja te *Tie* interakcija) numeričkog modela u ovome radu, odabran je problem iz literature [40]. U [40] je provedeno eksperimentalno ispitivanje udarnih oštećenja višeslojnih kompozitnih konstrukcija pri različitim brzinama udara, koje se još klasificiraju kao male brzine udara, te pri različitim postavnim kutovima višeslojnih kompozitnih ploča kako bi se odredio utjecaj rasporeda slojeva na pojavu oštećenja među slojevima. Primijenjeni parametri, kao i rubni uvjeti numeričkog modela odgovaraju parametrima i rubnim uvjetima koji su korišteni u eksperimentima. Slika 13 prikazuje model za ispitivanje udarnih opterećenja koji je korišten u [40]. Vrijednosti korištene u [40] nalaze se u anglosaksonskom mjernom sustavu, no za potrebe ovog rada su sve pretvorene u SI mjerni sustav te će se u daljnjem radu u tom sustavu i navoditi.



Slika 13. Prikaz modela za eksperimentalno ispitivanje udarnih opterećenja [40]

Osim samog modela, na slici 13 su još navedene geometrijske i masene karakteristike te rubni uvjeti. Eksperimenti u [40], osim s iznosima koji su prikazani na slici 13, rađeni su i s drugim vrijednostima masenih i geometrijskih karakteristika udarača, ali i ploče, no u ovome radu su samo korištene ove navedene na slici 13. Model višeslojne kompozitne ploče je, dakle, nominalnih dimenzija 101,6×76,2 mm. Duž kraćih bridova kompozitna je ploča uklještena pomoću posebno izrađene aluminijske naprave, dok su duži bridovi slobodno oslonjeni [40]. Nominalna debljina kompozitne ploče od 16 slojeva jest 2,276 mm, iz čega proizlazi da je

debljina jednog sloja 0,142 mm [40]. Udarno opterećenje se vrši pomoću čelične polusfere, radijusa 6,35 mm i mase  $1,610253 \cdot 10^{-4}$  t, koja višeslojnu kompozitnu ploču udara na samoj sredini iste [40]. Višeslojna kompozitna ploča je izrađena od ugljik-epoksida T300/976 te su u tablici 1 navedena materijalna i mehanička svojstva, koja su korištena pri izradi numeričkog modela [40,41].

**Tablica 1. Materijalna i mehanička svojstva višeslojne kompozitne ploče [40,41]**

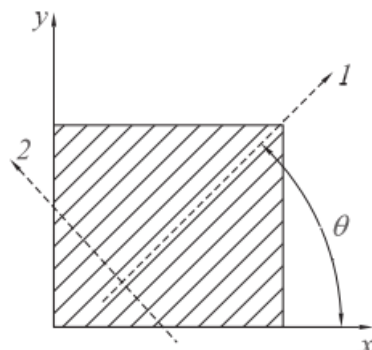
Svojstvo	Mjerna jedinica	T300/976
Gustoća, $\rho$	t/mm <sup>3</sup>	$1,539 \cdot 10^{-9}$
Young-ov modul u smjeru glavne materijalne osi 1, $E_1$	MPa	130340
Young-ovi moduli u smjeru glavnih materijalnih osi 2 i 3, $E_2 = E_3$	MPa	9655
Smični modul, $G_{12} = G_{13}$	MPa	5586
Smični modul, $G_{23}$	MPa	4827
Poisson-ov faktor, $\nu_{12} = \nu_{13}$	-	0,29
Poisson-ov faktor, $\nu_{23}$	-	0,5
Vlačna čvrstoća u smjeru vlakana, $X_t; X$	MPa	1875,374
Tlačna čvrstoća u smjeru vlakana, $X_c; X'$	MPa	1330,688
Vlačna čvrstoća u ravnini sloja okomito na pravac vlakna, $Y_t; Y$	MPa	58,605
Tlačna čvrstoća u ravnini sloja okomito na pravac vlakna, $Y_c; Y'$	MPa	270,2745
Smična čvrstoća, $S$	MPa	99,974

Brojevi 1, 2 i 3 u tablici 1 označavaju smjerove glavnih materijalnih osi. U razmatranjima se općenito koriste dva osnovna koordinatna sustava [1]:

- sustav glavnih materijalnih osi (1, 2, 3) i
- globalni koordinatni sustav (x, y, z).

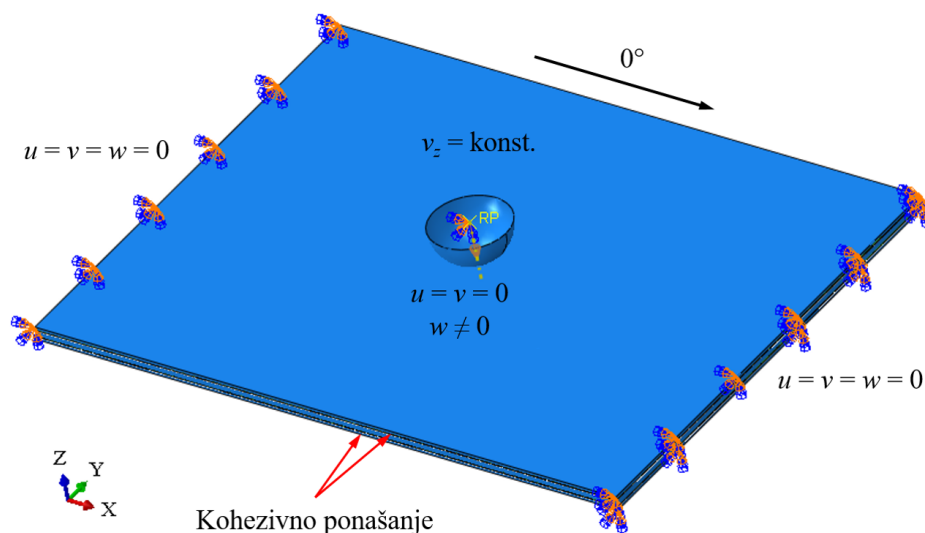
U sustavu glavnih materijalnih osi je os 1 u pravcu vlakna, os 2 je okomita na os 1 i u ravnini je laminata, dok je os 3 okomita na obje osi, odnosno okomita je na ravninu u kojemu se

nalazi laminat. U globalnome koordinatnome sustavu se obično definiraju sile, momenti, naprezanja i deformacije za čitav laminat. Slika 14 prikazuje odnos između dva prethodno navedena koordinatna sustava.



**Slika 14. Odnos globalnog i glavnog materijalnog koordinatnog sustava [1]**

Iz slike 14 vidljivo je da se postavni kut slojeva  $\theta$  mjeri u odnosu na globalnu os  $x$ , to jest u odnosu na dulju dimenziju ploče jer je u modelu ovoga rada os  $x$  paralelna s duljim bridom, dok je os  $y$  paralelna s kraćim bridom ploče. Globalni koordinatni sustav prikazan je na slici 15. Iz toga proizlazi da su vlakna s postavnim kutom od  $0^\circ$  paralelna također s duljim bridom ploče. Slika 15 prikazuje numerički model s odgovarajućim rubnim uvjetima.



**Slika 15. Numerički model s odgovarajućim rubnim uvjetima**

Pomaci su označeni s  $u$ ,  $v$  i  $w$  te redom označavaju pomake po osima  $x$ ,  $y$  i  $z$ . Brzina udarača označena je s  $v_z$ , što definira vektor brzine  $v_i$  (eng. *velocity*) u smjeru osi  $z$ , te je zadana kao

konstantna veličina od samog početka pa sve do kraja simulacije. Kako je i zadano eksperimentalnim modelom [40], duž kraćeg brida nalazi se uklještenje, gdje su sve veličine jednake nuli, dulji bridovi su slobodno oslonjeni, a za udarač je omogućen samo vertikalni pomak  $w$  duž osi  $z$ , kako bi se spriječila mogućnost pojave bilo kakvih oscilacija i smetnji prilikom vertikalnog gibanja. Iako je model simetričan s obzirom rubne uvjete i na način opterećenja, primjena simetrije u svrhu štednje računalnih resursa i vremena trajanja simulacije nije moguća – odzivi (pomaci, naprezanja, oštećenja itd.) prilikom dinamičke analize ne moraju biti, a najčešće i nisu, simetrični. Jedan od razloga zbog kojih se javljaju nesimetrični odzivi su vibracije izazvane dinamičkim kontaktom usred udara, ali se šire i nakon udara. Osim toga, zbog različitih postavnih kutova slojeva isto nije moguće primijeniti simetriju. Simetriju bi jedino bilo moguće primijeniti prilikom statičke analize kompozitnih konstrukcija koja sadrži slojeve čiji postavni kut iznosi  $0^\circ$  ili  $90^\circ$ , dok se za kompozitne konstrukcije s postavnim kutovima iznosa  $20^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $60^\circ$  i  $80^\circ$  ne može primijeniti simetrija. Po debljini je moguće zamijetiti kako se cjelokupni numerički model sastoji od tri dijela (slika 14) – svaki dio označava skup slojeva istog postavnog kuta, to jest jednake orijentacije vlakana. Vanjski dijelovi (gornji i donji) sadrže po 4 sloja istog postavnog kuta, dok srednji sloj sadrži 8 slojeva istog postavnog kuta. Korišteni su slijedeći rasporedi slojeva i postavni kutovi:

- $[0_4 / 20_4]_s$ ,
- $[0_4 / 40_4]_s$ ,
- $[0_4 / 60_4]_s$ ,
- $[0_4 / 80_4]_s$ ,
- $[0_4 / 90_4]_s$ .

Na prijelazima između navedenih dijelova dodjeljuje se svojstvo kohezivnog ponašanja (kohezivni elementi i kohezivno ponašanje površina), a u tablici 2 su navedene vrijednosti koje su korištene prilikom modeliranja kohezivnosti [40-42]. Za površine kohezivnog ponašanja odabrane su dodirne površine dijelova različitih postavnih kutova vlakana. Dodir tih površina modeliran je pomoću interakcijske opcije *General contact*, gdje se, osim odabira tih površina, dodjeljuje i svojstvo kohezivnog ponašanja preko svojstva interakcije. Modeliranje kohezivnog ponašanja putem kohezivnih konačnih elemenata vrši se pomoću *zero-thickness* slojeva, koji se nalaze između dodirnih površina dijelova različitih postavnih



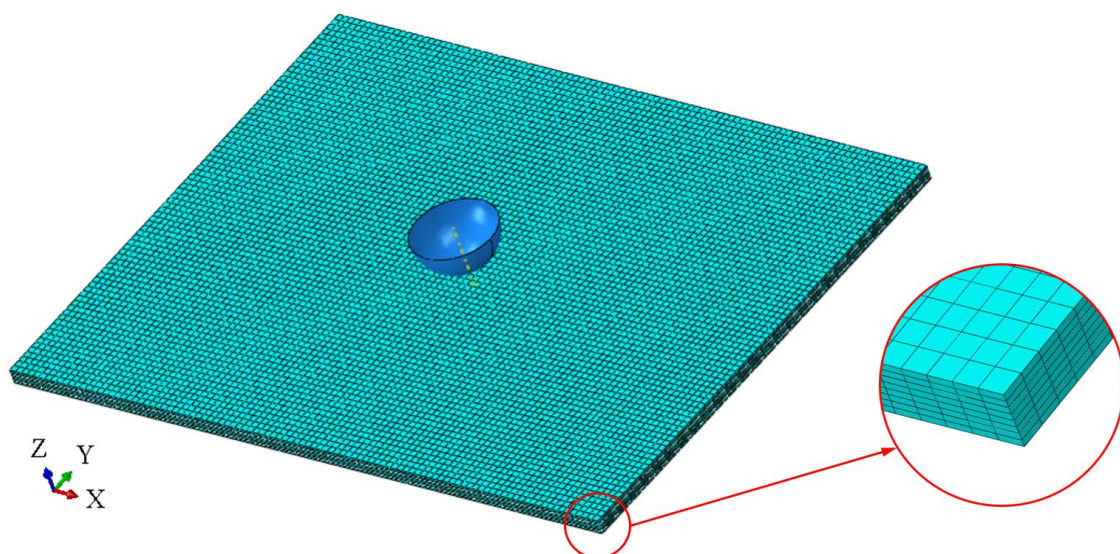
kutova vlakana. Svojstvo kohezivnosti *zero-thickness* slojeva dodjeljuje se putem opcije *Assign section*.

**Tablica 2. Mehanička svojstva za kohezivno ponašanje [40-42]**

Svojstvo	Mjerna jedinica	T300/976
Kritična vrijednost energije loma, $G_{Ic} = G_{IIc} = G_{IIIc}$	N/mm	0,149
Međuslojna vlačna čvrstoća, $\tau_{Ic}$	MPa	54
Međuslojna smična čvrstoća, $\tau_{2c} = \tau_{3c}$	MPa	34
Modul elastičnosti međusloja, $E(E_{nn})$	MPa	3650
Smični modul međusloja, $G_1(E_{ss}) = G_2(E_{tt})$	MPa	1380
<i>Penalty</i> krutost, $K$	N/mm <sup>3</sup>	10 <sup>5</sup>
Parametar BK kriterija, $\eta$	-	1

Osim kohezivnim ponašanjem, dodirne površine dijelova različitih postavnih kutova vlakana modelirane su i na treći način - putem *Tie* interakcije. Model u kojemu su dodirne površine dijelova različitih postavnih kutova vlakana modelirane pomoću *Tie* interakcije nema kohezivno ponašanje, ali je model oštećenja baziran na Hashin-ovom modelu popuštanja. Udarac je modeliran kao *Analytical rigid*, a za vrstu dodira udarača i kompozitne ploče odabran je *Surface-to-surface contact*.

Prilikom diskretizacije numeričkih modela korišteni su kontinuumski ljuskasti konačni elementi, koji su detaljnije opisani u potpoglavlju 2.1.1, ali, osim navedenih, korišteni su još i kohezivni elementi, pomoću kojih su diskretizirani *zero-thickness* slojevi za kohezivno ponašanje. Slika 16 prikazuje diskretizaciju cijelog numeričkog modela.



**Slika 16.** Diskretizirani cijeli numerički model s detaljem diskretizacije po debljini

Ukupni broj elemenata na cijelom modelu je 62016, od kojih 31008 elemenata pripada srednjem dijelu te po 15504 elemenata za svaki od vanjskih dijelova. Po debljini cijelog modela nalazi se ukupno 8 elemenata – 4 elementa za srednji dio te po 2 za svaki vanjski. Za sve modele, svih rasporeda slojeva, korištena je ista mreža. Udarac nije diskretiziran zato što je napravljen pomoću *Analytical rigid* opcije.

## 4. REZULTATI

U daljnjem tekstu ovoga poglavlja bit će prikazani i opisani rezultati numeričkih analiza dobivenih primjenom tri različita pristupa modeliranju oštećenja. Validacija numeričkih rezultata vršena je uspoređivanjem s eksperimentalnim rezultatima iz [40] na način da se oštećenje iz [40], dobiveno C-skenom, u mjerilu pozicionira na numeričko rješenje i tako usporede veličine oštećenih područja. Svako potpoglavlje daje zasebne rezultate. Pogled na oštećenja svih rezultata je sa donje, stražnje strane kompozitne ploče (pozitivan smjer  $x$  osi koordinatnog sustava je u lijevo), odnosno sa strane plohe koja se nalazi suprotno od plohe udara.

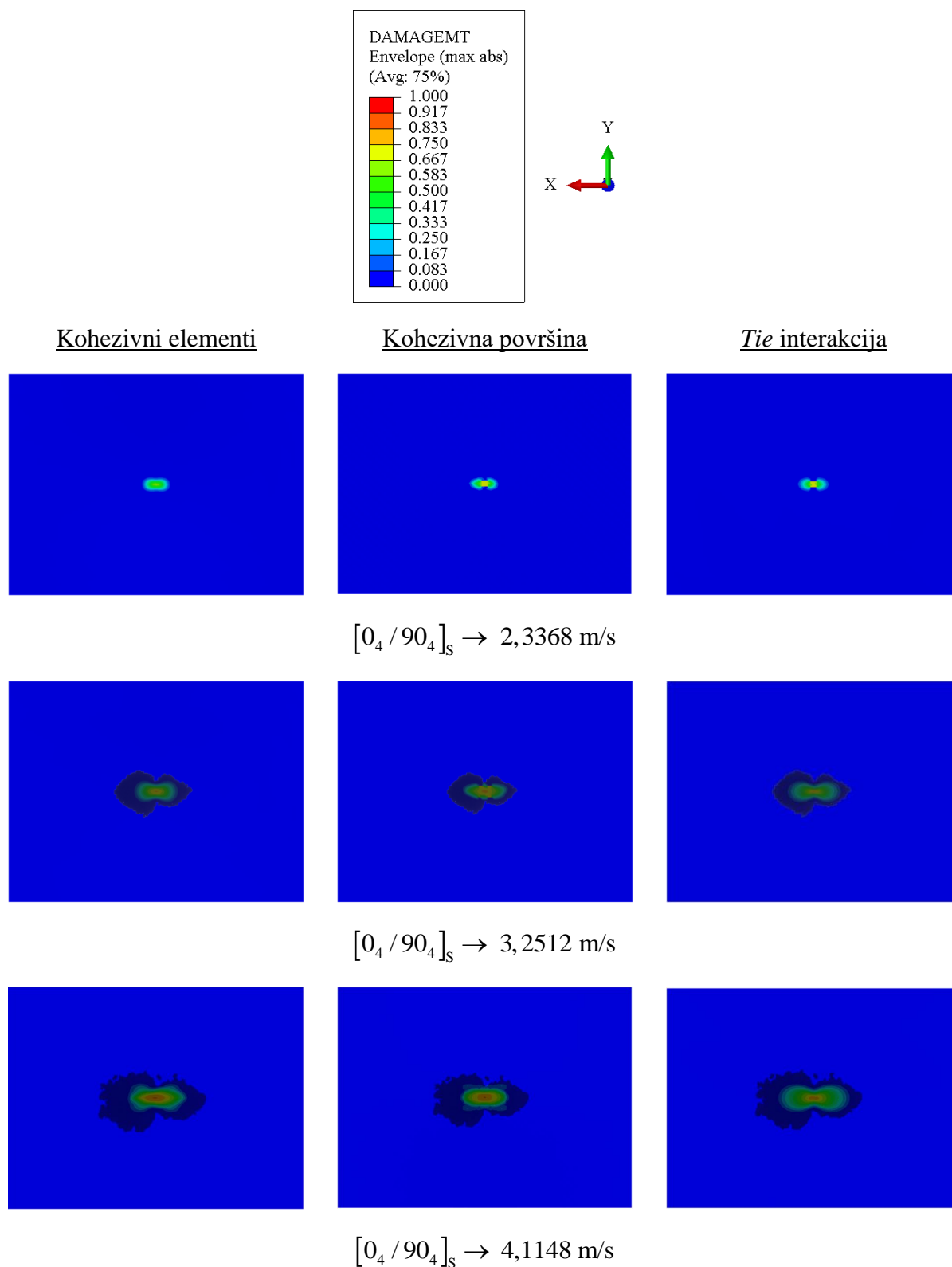
### 4.1. Usporedba numeričkih rezultata za model s istim rasporedom slojeva pri različitim brzinama udarača

U potpoglavljima 4.1.1 i 4.1.2 prikazani su rezultati prema varijablama DAMAGMT i HSNMTCRT na modelima s rasporedom slojeva  $[0_4 / 40_4]_s$  i  $[0_4 / 90_4]_s$  (*cross-ply* raspored slojeva). Razlog odabira tih dviju varijabli je taj što ne dolazi do popuštanja vlakana, već samo do popuštanja matrice. Rezultati su prikazani kao *Envelope (max abs)*, što označava maksimalnu vrijednost oštećenja, ili inicijacije oštećenja, kroz ukupnu debljinu kompozitne ploče. Za brzine udarača odabrane su tri vrijednosti kod *cross-ply* modela te dvije vrijednosti kod modela s  $[0_4 / 40_4]_s$  rasporedom slojeva. Za *cross-ply* model referentne vrijednosti brzine označavaju najvišu, srednju te najnižu ponuđenu vrijednost brzine u [40], dok su za  $[0_4 / 40_4]_s$  odabrane vrijednosti i zapravo jedine ponuđene brzine za taj raspored slojeva u [40]. Rezultati prema korištenim mehanizmima na površinama između slojeva različitih postavnih kutova prikazani su po stupcima, dok su po redovima rezultati poslagani prema brzini udarača. Svrha prikaza rezultata u ovome potpoglavlju jest pokazati kako različite brzine udarača utječu na pojavu i širenje oštećenja, ovisno o orijentaciji vlakana.

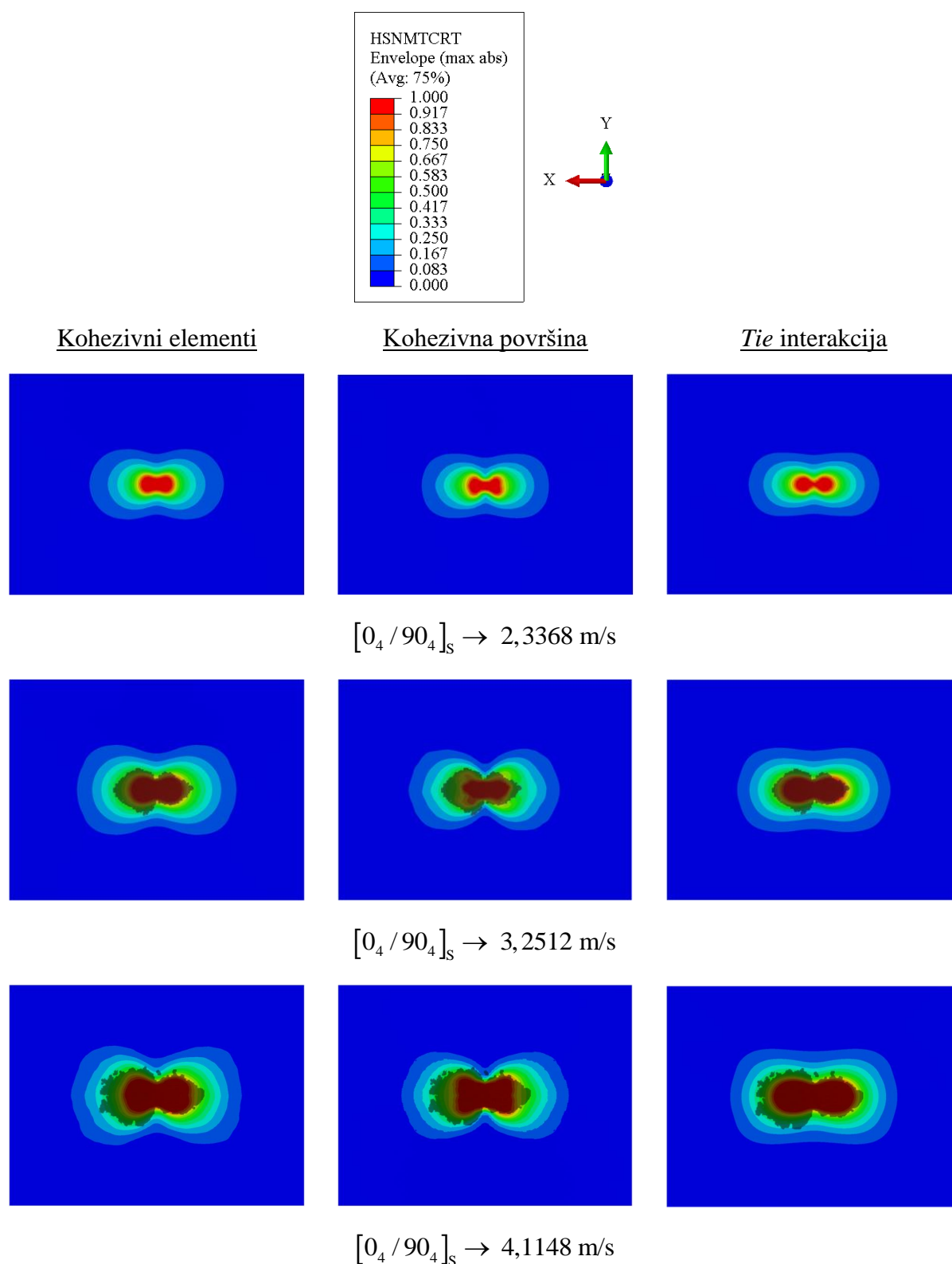
Potpoglavlje 4.1.3 daje rezultate varijabli za mehanizam kohezivnog ponašanja – CSQUADSCRT, CSDMG i QUADSCRT. Očitavanje rezultata QUADSCRT varijable vrši se na *zero-thickness* sloju, koji je diskretiziran kohezivnim elementima, dok su rezultati CSQUADSCRT i CSDMG varijabli prikazani na dodirnim površinama dijelova različitih postavnih kutova.

### 4.1.1. *Cross-ply model*

Na slikama 17 i 18 prikazane su DAMAGEMT i HSNMTCRT varijable za *cross-ply* model.



**Slika 17. Prikaz rezultata DAMAGEMT varijable za modele *cross-ply* rasporeda pri različitim brzinama udara**

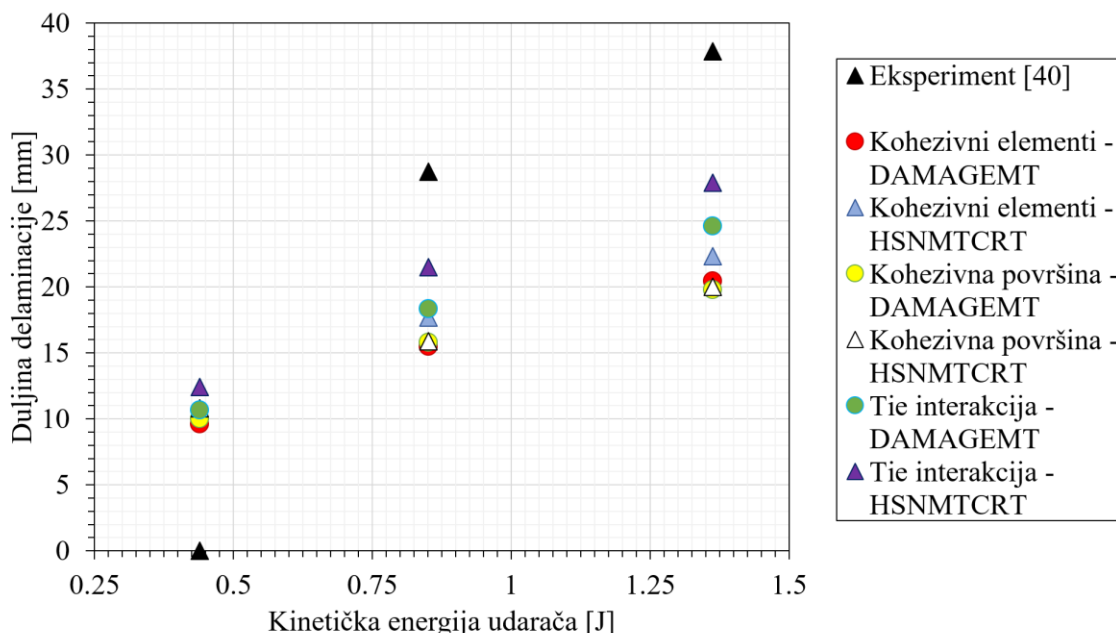


**Slika 18. Prikaz rezultata HSNMTCRT varijable za modele *cross-ply* rasporeda pri različitim brzinama udara**

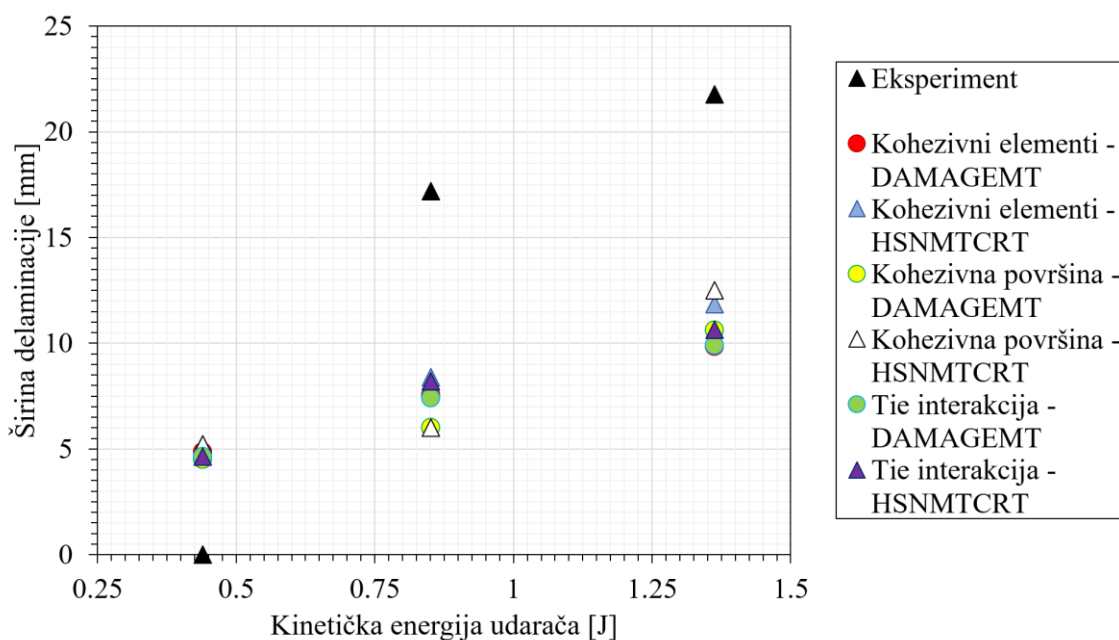
Iz priloženog je moguće vidjeti kako rezultati dobiveni primjenom kohezivnih elemenata i *Tie* interakcije međusobno nalikuju oblikom, za HSNMTCRT varijablu, više nego rezultati dobiveni primjenom kohezivnih površina pri porastu brzine udara. Kod DAMAGEMT varijable oblici oštećenja primjenom kohezivnih elemenata nalikuju oblicima oštećenja za *Tie* interakciju pri srednjoj odabranoj brzini, dok je za najnižu brzinu udarača sličnost oblika oštećenja veća primjenom kohezivnih površina i *Tie* interakcije. Nadalje, s porastom brzine udarača, sličnost oblika oštećenja za DAMAGEMT varijablu vidljiva je primjenom kohezivnih elemenata i *Tie* interakcije pri srednjoj odabranoj brzini udarača, dok za najveću odabranu brzinu udara sva tri oblika oštećenja poprimaju međusobno različit izgled. Za najnižu brzinu udara svi oblici oštećenja HSNMTCRT varijable međusobno nalikuju – oblik oštećenja primjenom *Tie* interakcije posjeduje sličnost s oblikom oštećenja modela s kohezivnim površinama prema suženju na srednjem dijelu, ali pravilan i simetričan oblik oštećenja dijeli s oblikom modela s kohezivnim elementima jer oblik modela s kohezivnim površinama nema pravilan i simetričan oblik. Nadalje, razmatranjem slika 17 i 18 moguće je ustanoviti kako oštećenje dobiveno eksperimentalnim mjerenjima iz [40] nema pravilan oblik, što upućuje na to da se može pretpostaviti nemogućnost postizanja idealnih uvjeta prilikom izvođenja eksperimenata, poput varijacije svojstava materijala kompozitne ploče, koje numerički modeli ne mogu uzeti u obzir. Nastavno tome, oštećenja iz eksperimentalnih mjerenja imaju tzv. *peanut shape*, doslovno prevedeno – oblik kikirikija, gdje je jedna polovica veća od druge. Manja polovica, ako se pogledaju rezultati usporedbe HSNMTCRT varijable, ima izrazito dobru podudarnost s modelom koji sadrži *Tie* interakciju, ali i s modelom s kohezivnim elementima. Za DAMAGEMT varijablu podudarnost je nešto manja, ali je i dalje najveća za model s *Tie* interakcijom. Isto tako, moguće je uočiti kako se na slikama modela za najmanju brzinu udara ne nalaze i eksperimentalni rezultati. Razlog toga je to što se u eksperimentalnim uvjetima nisu izmjerila nikakva oštećenja. Detaljniji komentar o tome bit će u daljnjem tekstu spomenut.

Slika 19 i slika 20 dijagramski prikazuju rezultate sa slika 17 i 18 kao međusobnu ovisnost duljine, odnosno širine delaminacije i kinetičke energije udarača. Razmatranjem rezultata na dijagramima, gdje su brojčane vrijednosti duljine i širine delaminacije, može se ustanoviti kako su za duljinu delaminacije dobivena rješenja modela s korištenjem *Tie* interakcije za srednju i najvišu korištenu brzinu udarača najbliža eksperimentalnim vrijednostima, i to za obje varijable, uz prednjačenje prema HSNMTCRT varijabli. Za najnižu brzinu model s *Tie* interakcijom daje nešto veće iznose duljine oštećenja nego drugi korišteni mehanizmi. Prema

iznosu širine delaminacije, HSNMTCRT varijabla modela s *Tie* interakcijom daje najbliže vrijednosti oštećenja za najnižu i srednju brzinu udarača, dok za najvišu brzinu udara rješenja bliža eksperimentalnom daju oštećenja prema HSNMTCRT varijabli za modele s kohezivnim elementima i kohezivnim površinama.

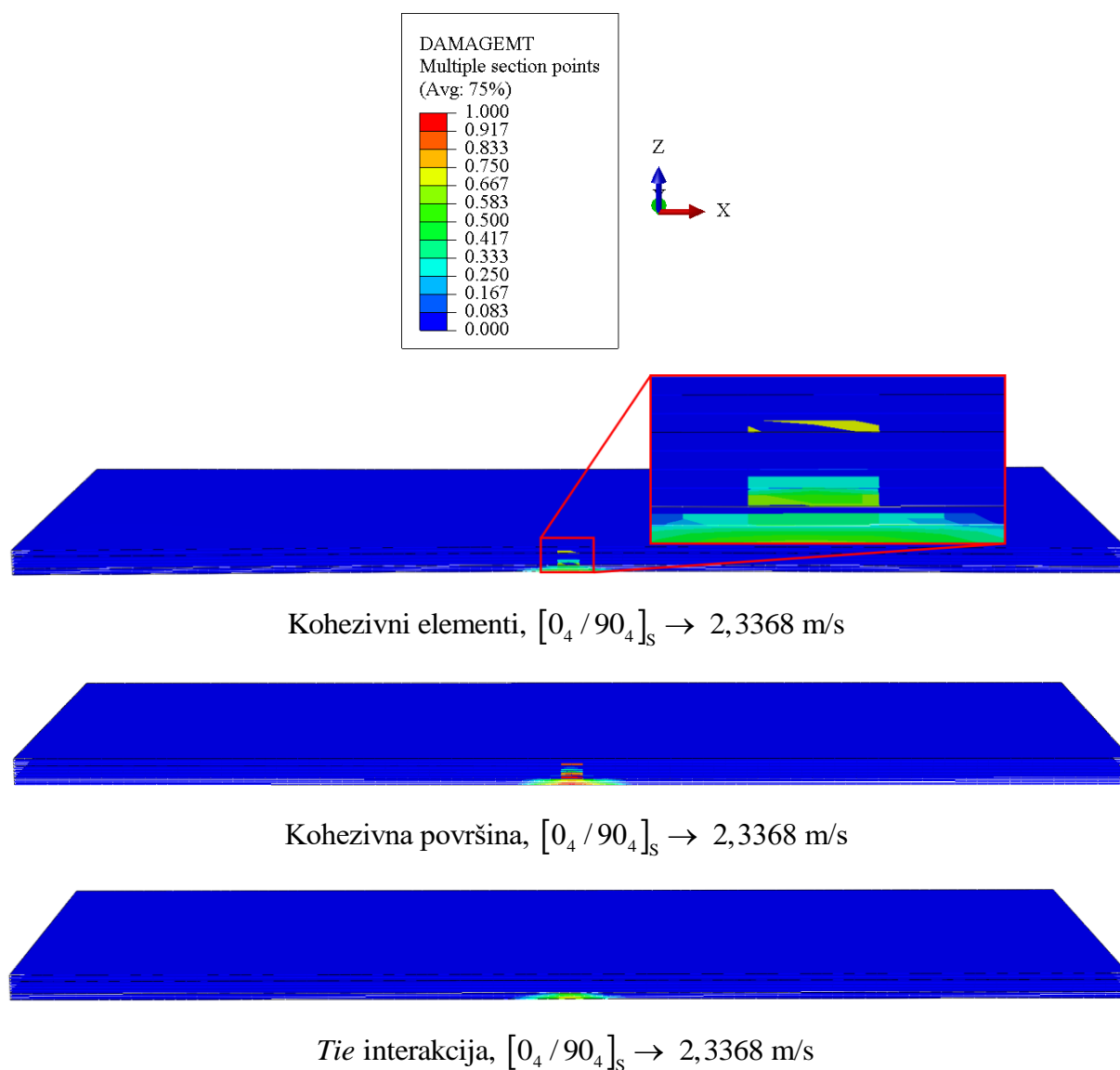


**Slika 19.** Dijagramski prikaz rezultata duljine delaminacije za modele *cross-ply* rasporeda pri različitim brzinama udara



**Slika 20.** Dijagramski prikaz rezultata širine delaminacije za modele s *cross-ply* rasporedom pri različitim brzinama udara

Slika 21 prikazuje poprečne presjke *cross-ply* modela za sva tri korištena mehanizma pri najnižoj brzini udarača za DAMAGEMT varijablu.



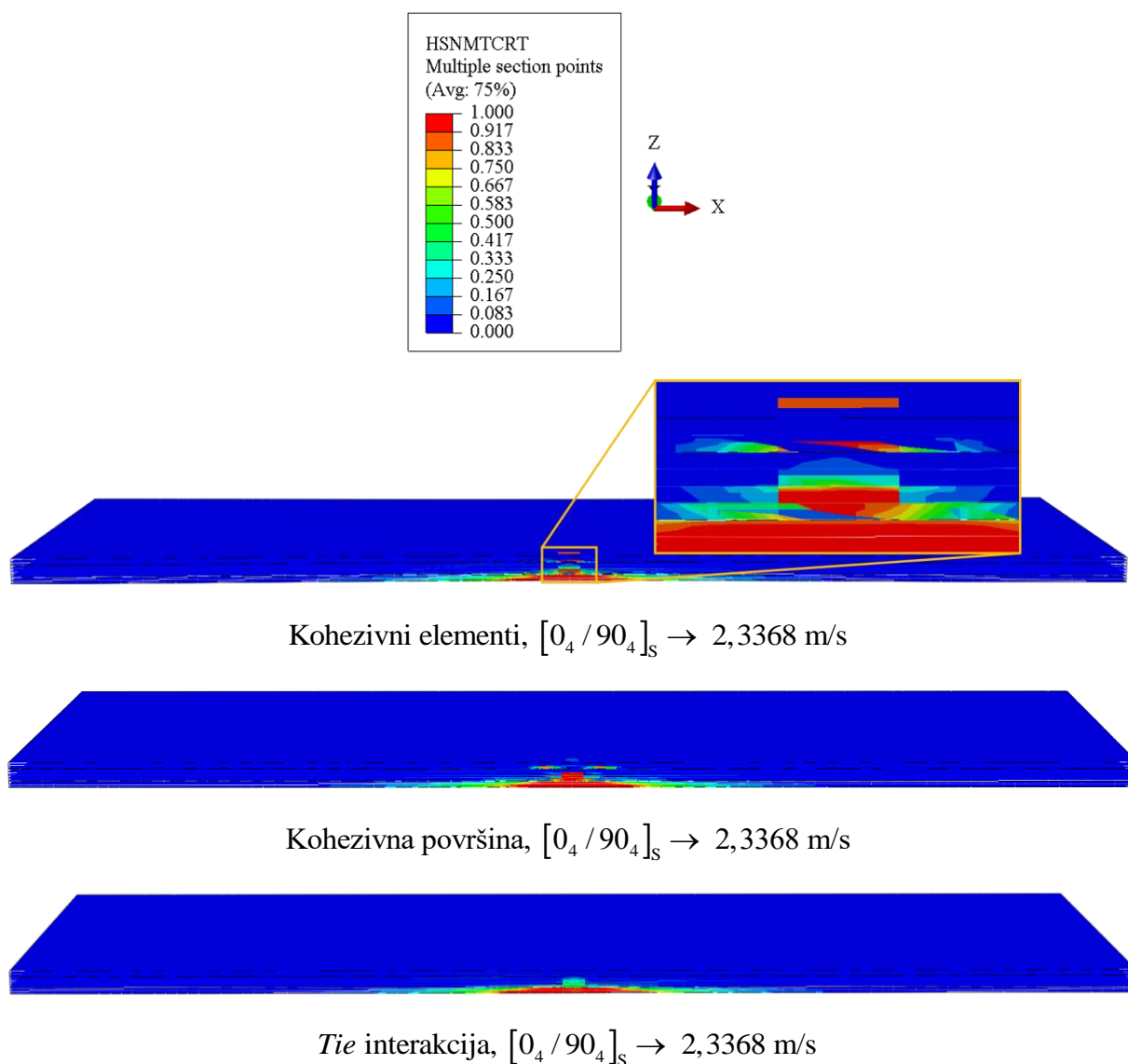
**Slika 21. Poprečni presjek triju *cross-ply* modela različitih korištenih mehanizama pri najnižoj brzini udarača za DAMAGEMT varijablu**

Kako je ranije u tekstu ovoga potpoglavlja navedeno, na slikama 17 i 18 za najniže brzine udarača nema stavljenih tamnih prozirnih područja koja označuju oštećenja dobivena eksperimentom zato što se u [40] eksperimentalnim mjerenjima C-skenom u takvim uvjetima nisu pojavila oštećenja na modelu. U numeričkoj analizi se za takve uvjete dobiju oštećenja, što je i prikazano na slikama 17, 18 i 21. Takvu je pojavu zanimljivo pogledati po poprečnom presjeku sredine modela, da se dobije uvid o pojavi i širenju oštećenja u uvjetima u kojima se



eksperimentalnim mjerenjima ne nazire pojava oštećenja [40]. Iz slike 21 mogu se ustanoviti slijedeće pojave. Na *cross-ply* modelu s primjenom kohezivnih elemenata oštećenje može se vidjeti već na gornjem spoju  $0^\circ$  i  $90^\circ$ , a potom ponovno, otprilike na sredini srednjeg sloja, gdje, spuštanjem prema dolje (suprotno od smjera osi  $z$ ), širina oštećenja u smjeru osi  $x$  ostaje ista sve dok ne dođe do početka donjeg dijela, kada se mijenja orijentacija vlakana. Prelaskom u navedeni dio oštećenje se širi po smjeru osi  $x$  u obliku obrnutog slova V spuštanjem prema donjoj, stražnjoj plohi kompozitne ploče. Na modelu s primjenom kohezivnih površina je ista situacija kao i na modelu s kohezivnim elementima, osim što oštećenje zahvaća cijeli srednji dio po debljini, gdje je orijentacija vlakana  $90^\circ$ . Ovdje se također prelaskom u donji dio oštećenje širi u smjeru osi  $x$ , za što je jedna od mogućih pretpostavki da je upravo proces propagacije oštećenja vođen postavnim kutom vlakana. Kod modela s primjenom *Tie* interakcije oštećenje se javlja samo u donjem dijelu, s početkom na spoju donjeg i srednjeg dijela, gdje se širi po smjeru osi  $x$ , počevši od mjesta gdje započinje dio drukčije orijentacije vlakana.

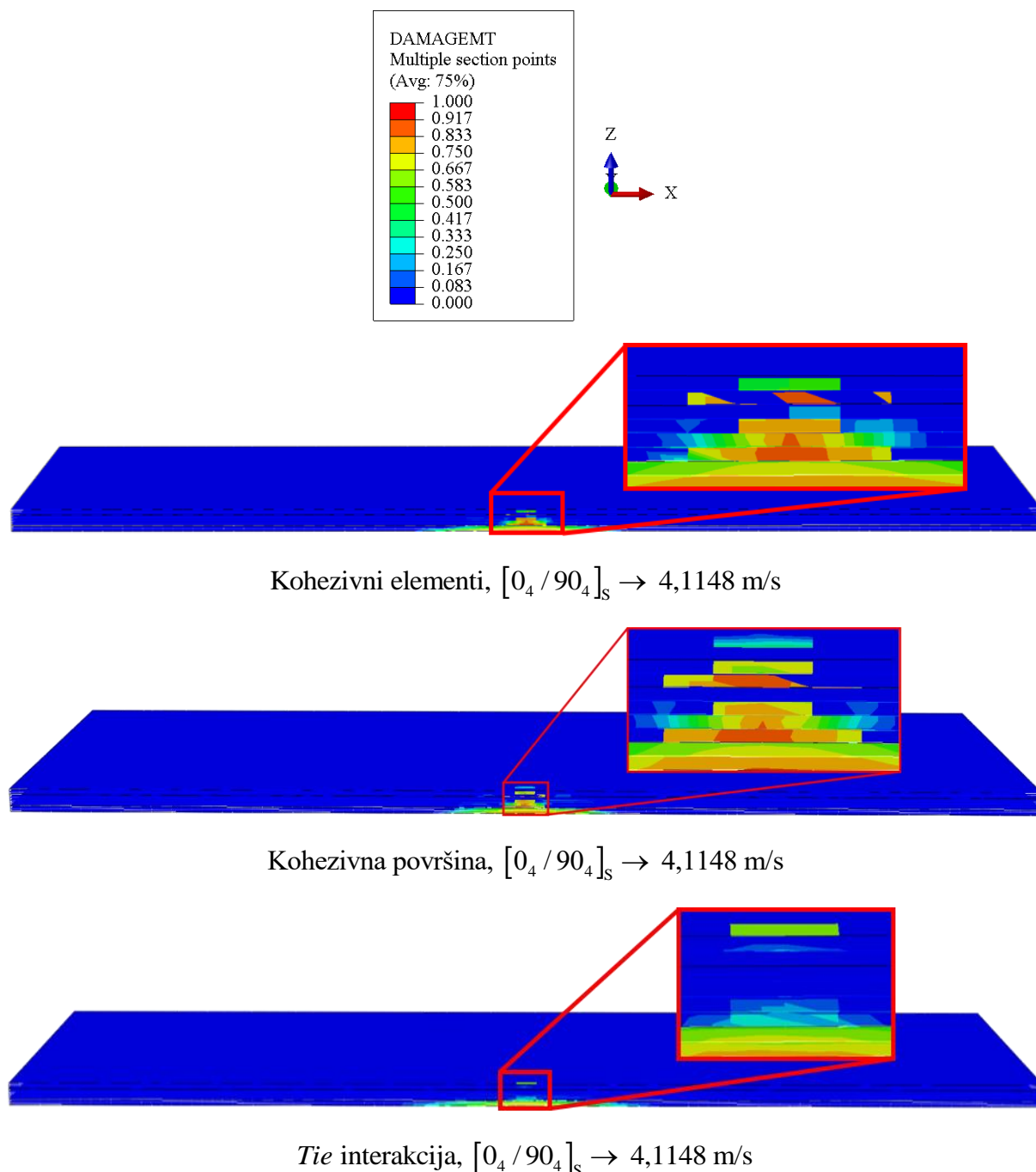
Osim prema DAMAGEMT varijabli, oštećenja *cross-ply* modela za sva tri korištena mehanizma pri najnižoj brzini udarača javljaju se i za HSNMTCRT varijablu, što je i prikazano na slici 22. Ukoliko se apriori uzme u obzir da oštećenje nastupa tek kada vrijednost varijable dosegne iznos 1 (u ovome slučaju ne prelazi tu vrijednost jer je uključena podopcija *damage evolution*), tada se, uspoređujući sa slikom 21, može pronaći korespondencija područja oštećenja prema odgovarajućim modelima. Drugim riječima, područje oštećenja za HSNMTCRT varijablu odgovara području oštećenja za DAMAGEMT varijablu, kao i mjesto inicijacije, no u nešto većoj zastupljenosti. Dakle, širenje oštećenja po slojevima odvija se na isti način za obje varijable, ovisno orijentaciji vlakana. Iako se na poprečnom presjeku za HSNMTCRT varijablu pojavljuju, uspoređujući s poprečnim presjecima DAMAGEMT varijable, određeni iznosi varijable na mjestima na kojima se ne javljaju kod DAMAGEMT varijable, ipak ne predstavljaju oštećenje (ili inicijaciju) jer ne prijelaze, odnosno ne iznose 1.



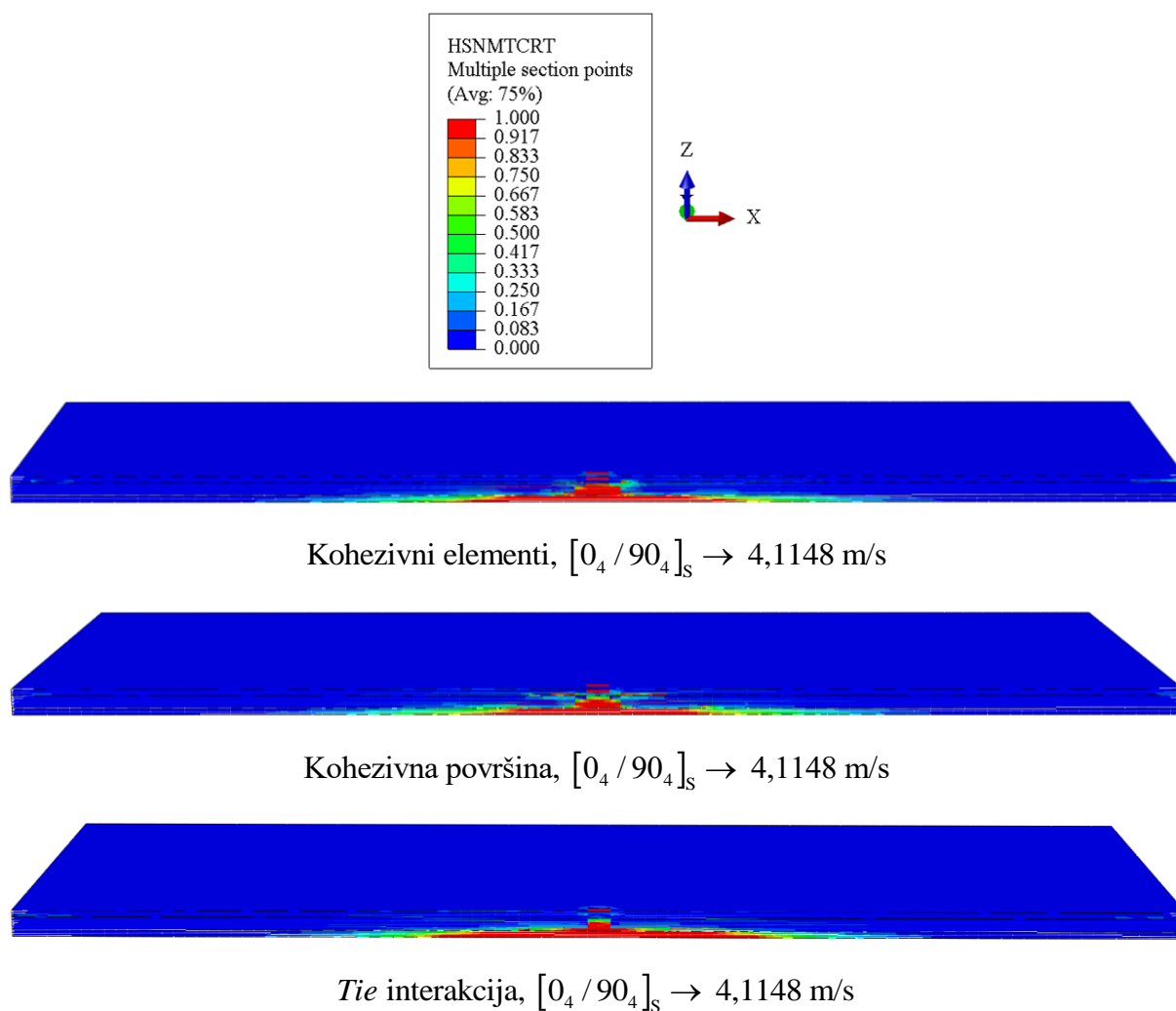
**Slika 22.** Poprečni presjek triju *cross-ply* modela različitih korištenih mehanizama pri najnižoj brzini udarača za HSNMTCRT varijablu

Oštećenja prema DAMAGEMT i HSNMTCRT varijablama po poprečnim presjecima *cross-ply* modela pri najvišim brzinama udarača prikazana su na slikama 23 i 24. Iz spomenutih se slika jasno vidi kako se na prednjoj (gornjoj) plohi, koja je u izravnom kontaktu s udaračem, samo za model s kohezivnim elementima i DAMAGEMT varijablu ne javlja oštećenje, dok se za preostala dva modela oštećenje na prednjoj plohi javlja prema spomenutoj varijabli. No, prema HSNMTCRT varijabli se za sve modele nazire inicijacija oštećenja već na prednjoj (gornjoj) plohi. Takvu je pojavu moguće protumačiti na način da je nastala uslijed kontakta udarača i plohe. Za modele s kohezivnim elementima i kohezivnim površinama oštećenje

nastupa već u prvom dijelu, gdje su vlakna s postavnim kutom  $0^\circ$ , te na spoju gornjeg i srednjeg dijela, dok se u srednjem dijelu oštećenja nalaze u sva tri modela. S obzirom da se radi o udaru pri većoj brzini, sasvim je legitimno očekivati raniju pojavu te veću cjelokupnu količinu oštećenja. Ovakve su pojave i za očekivati jer daljnja propagacija oštećenja po debljini ploče nalikuje kao i za modele s najmanjom brzinom udara, ali samo u većoj zastupljenosti zato što je kompozitna ploča pod utjecajem većeg iznosa energije udarača.



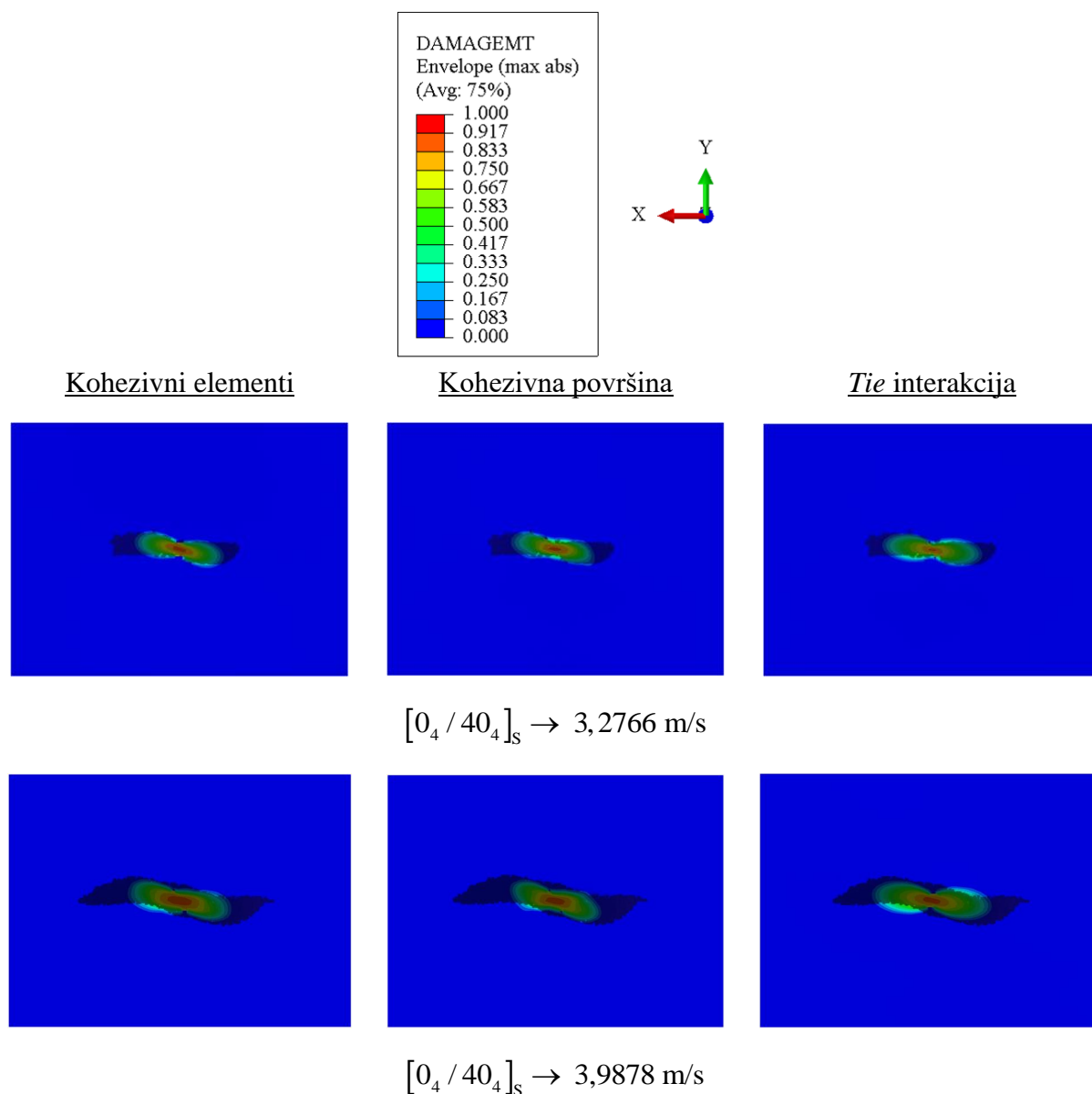
**Slika 23.** Poprečni presjek triju *cross-ply* modela različitih korištenih mehanizama pri najvišoj brzini udarača za DAMAGEMENT varijablu



**Slika 24.** Poprečni presjek triju *cross-ply* modela različitih korištenih mehanizama pri najvišoj brzini udarača za HSNMTCRT varijablu

#### 4.1.2. Model s rasporedom slojeva $[0_4/40_4]_S$

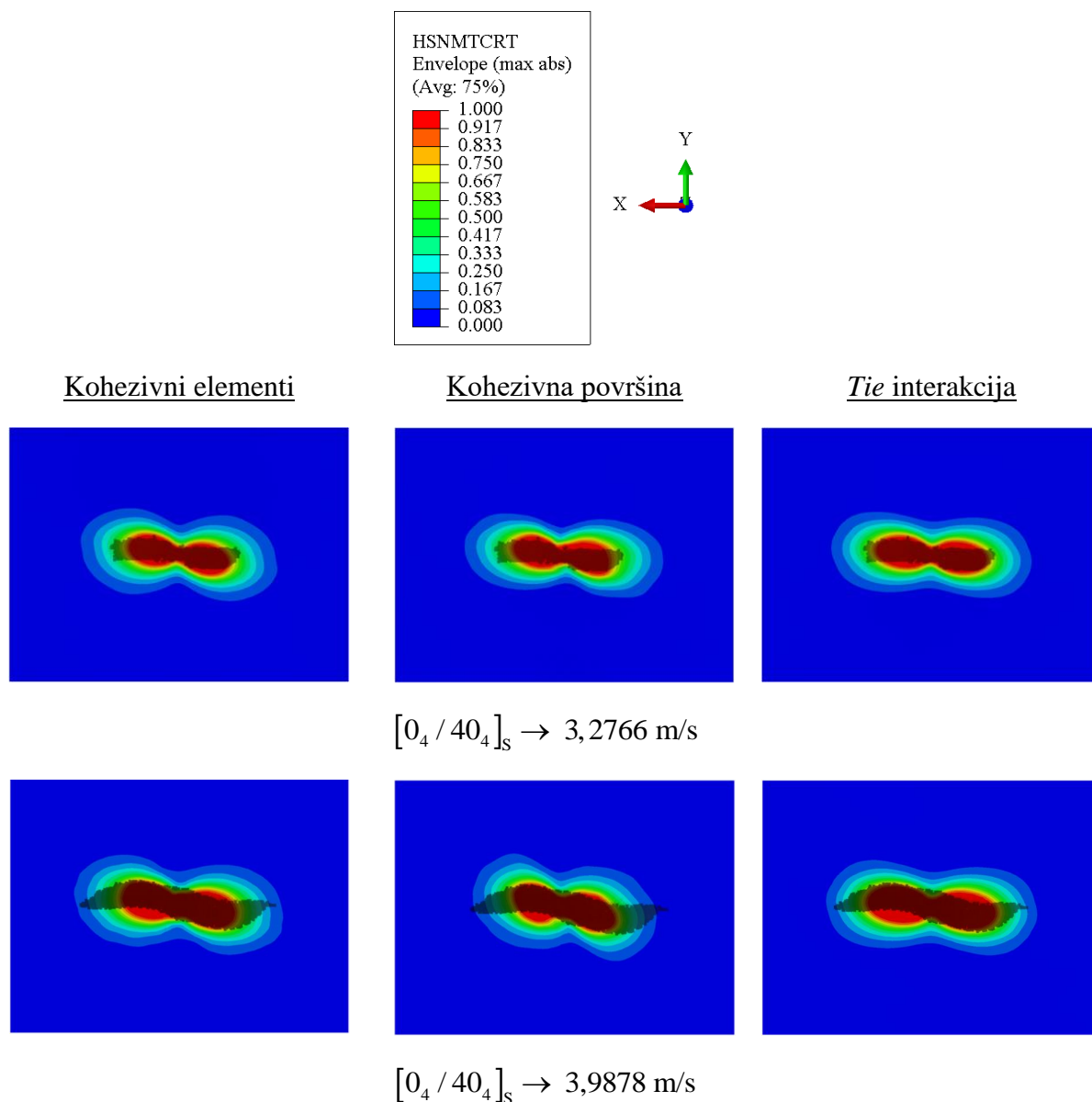
Slika 25 i slika 26 ilustriraju rezultate varijabli DAMAGEMT i HSNMTCRT, redom. Rezultati s tih slika dijagramski su prikazani na slikama 27 i 28, također kao međusobna ovisnost duljine, odnosno širine delaminacije i kinetičke energije udarača.



**Slika 25. Prikaz rezultata DAMAGEMT varijable za modele  $[0_4 / 40_4]_s$  rasporeda pri različitim brzinama udara**

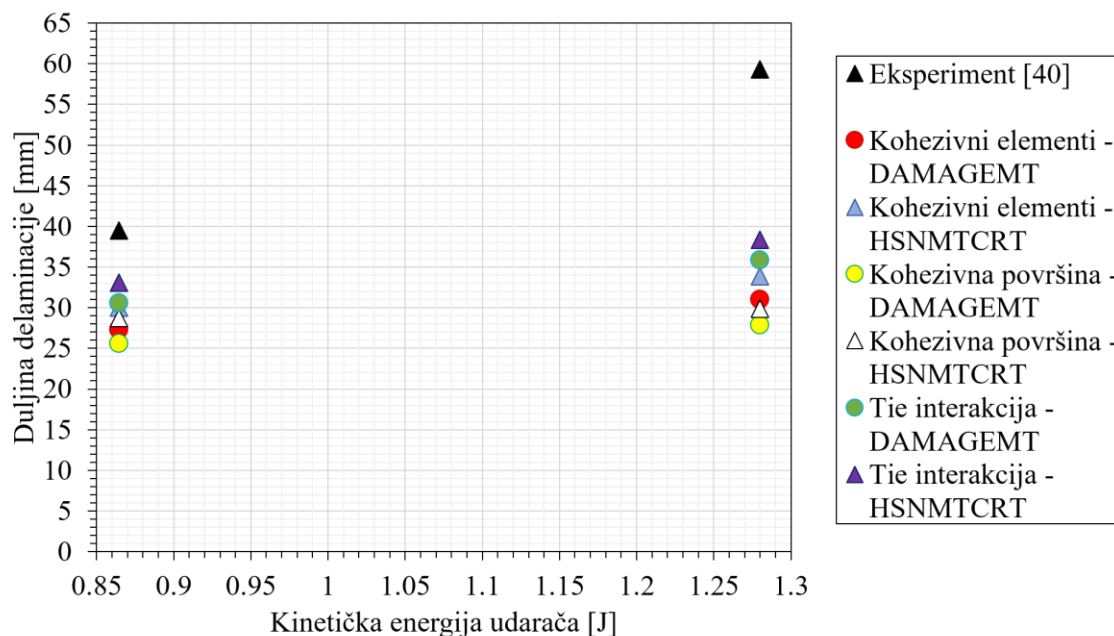
Na temelju priloženog moguće je vidjeti kako numerički model s primjenom *Tie* interakcije najbliže odgovara eksperimentalnim rezultatima iz [40] po duljini oštećenja, dok su za širinu oštećenja iznosi svih numeričkih modela podjednaki, no valja također napomenuti kako i oblikom oštećenja numerički rezultati svih triju modela djelomično prate oblik oštećenja iz [40]. Uspoređujući ove rezultate s rezultatima za *cross-ply* model, vidljivo je kako se oštećenje više proteže duž osi *x* (dulje je), a jedno od mogućih tumačenja je da je to uslijed utjecaja položenijeg kuta orijentacije vlakana, dok su iznosi širine oštećenja numeričkih

vrijednosti ovoga modela slični numeričkim iznosima širine oštećenja *cross-ply* modela za sličan iznos energije udarača. Prema eksperimentalnim rezultatima iz [40], širine oštećenja za *cross-ply* postavu su većeg iznosa nego širine oštećenja za  $[0_4 / 40_4]_S$  raspored slojeva. Osim po dužini, oštećenja, numerički i eksperimentalno dobivena, se u odnosu na *cross-ply* model razlikuju i oblikom. Oblik oštećenja numeričkih rezultata za kut vlakana  $45^\circ$  odgovara shematiziranom prikazu oštećenja iz [21] sa slike 4.3.

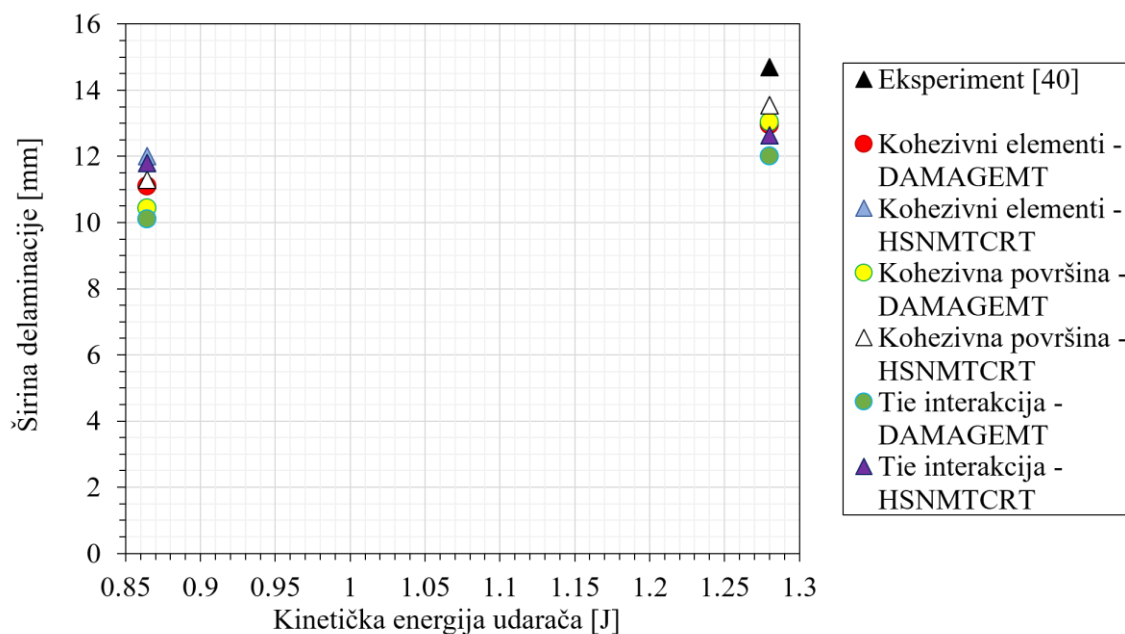


**Slika 26. Prikaz rezultata HSNMTCRT varijable za modele  $[0_4 / 40_4]_S$  rasporeda pri različitim brzinama udara**

Područje inicijacije oštećenja, ali i ostalo, za rezultate HSNMTCRT varijable kod sva tri mehanizma nalikuje oblikom oštećenom području DAMAGEMT varijable, no s nešto većim iznosima duljine i širine, kako je i vidljivo na dijagramima sa slika 27 i 28, ali i vizualno prikazano na slici 26.



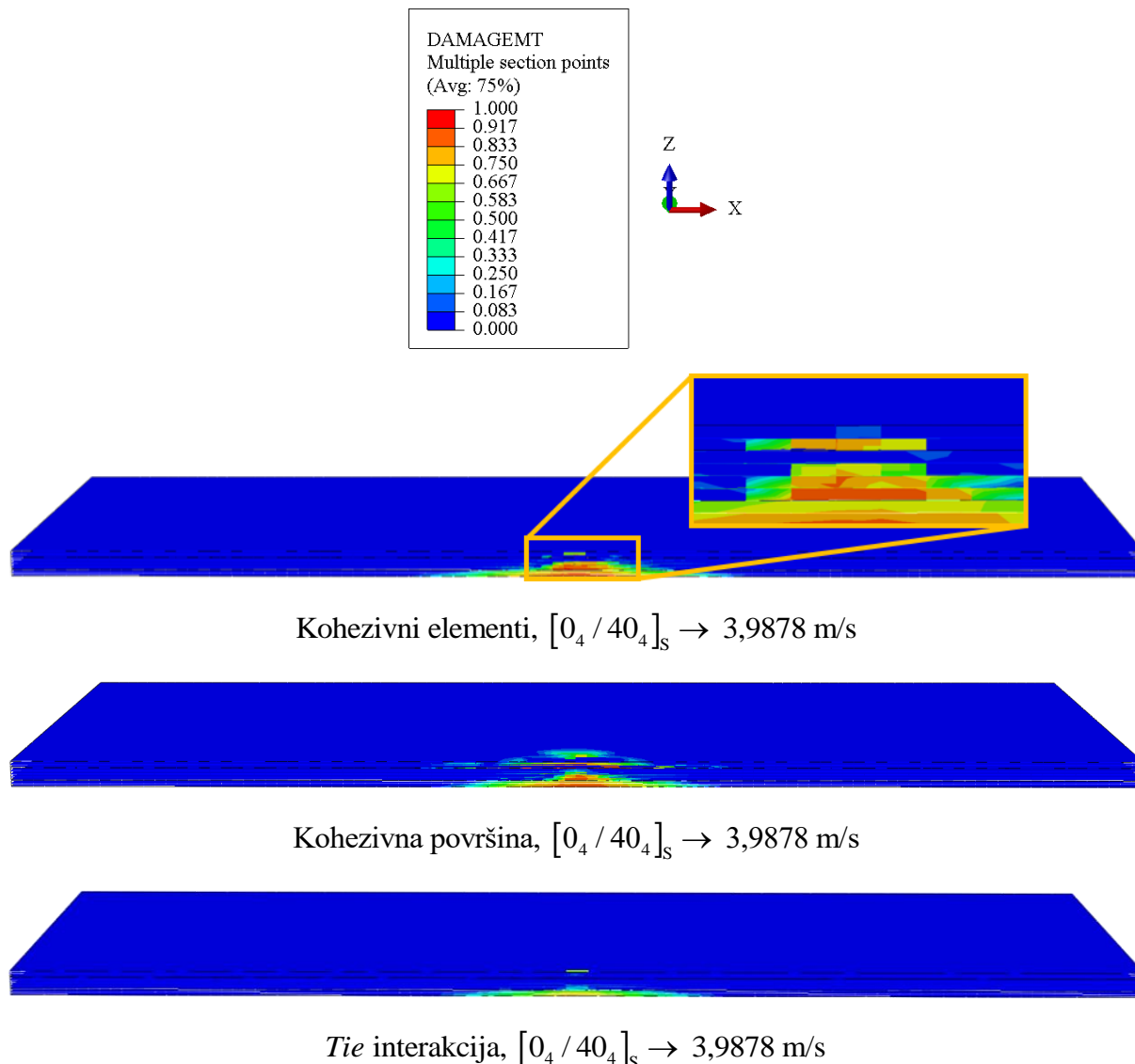
**Slika 27. Dijagramski prikaz rezultata duljine delaminacije za modele  $[0_4 / 40_4]_S$  rasporeda pri različitim brzinama udara**



**Slika 28. Dijagramski prikaz rezultata širine delaminacije za modele  $[0_4 / 40_4]_S$  rasporeda pri različitim brzinama udara**

Treba napomenuti kako se eksperimentalna vrijednost širine delaminacije za niži iznos energije udarača nalazi iza zelenog i žutog kružića na dijagramu sa slike 28.

Na slikama 29 i 30 prikazani su redom rezultati DAMAGEMT i HSNMTCRT varijabli.

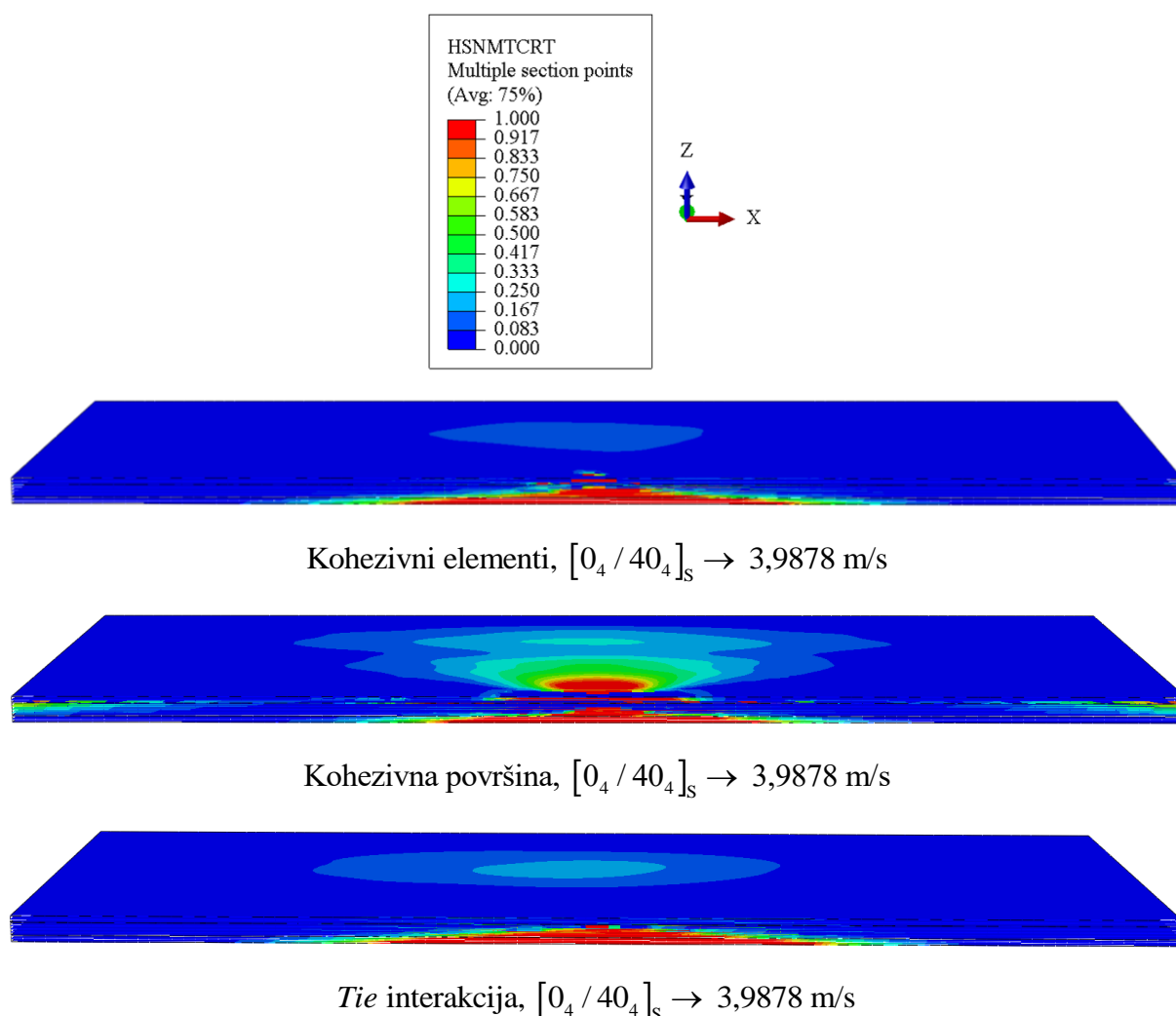


**Slika 29. Poprečni presjek triju modela  $[0_4 / 40_4]_s$  rasporeda slojeva različitih korištenih mehanizama pri najvišoj brzini udarača za DAMAGEMT varijablu**

Iz slike 29 vidljivo je kako se za modele s kohezivnim površinama i *Tie* interakcijom javlja oštećenje već na plohi koja je u dodiru s udaračem, što upućuje na to da je količina kinetičke energija udarača dovoljna da već pri samom kontaktu inicira oštećenje plohe, dok se na modelu s kohezivnim elementima ne javlja oštećenje na tome mjestu. Na modelu s kohezivnom površinom je u mnogo većoj količini oštećenje na vanjskoj plohi, nego na



modelu s *Tie* interakcijom. Nadalje, u prvom dijelu, kojeg sačinjavaju slojevi postavnog kuta  $0^\circ$ , oštećenja se javljaju za sva tri modela. Za model s *Tie* interakcijom koncentracija oštećenja je najmanja, za model s kohezivnim elementima oštećenje je više raspodijeljeno je malo više oštećenja, dok je na modelu s kohezivnim površinama najmanja količina oštećenja. Na istom modelu, kod prijelaza u iz gornjeg u srednji dio, s orijentacijom vlakana  $40^\circ$ , dolazi do smanjenja količine oštećenja po  $x$  osi, ali se daljnjim prodiranjem kroz debljinu kompozitne ploče opet širi sve do kraja donje plohe. Za model s kohezivnim elementima intenzivnije oštećenje započinje malo iznad sredine srednjeg dijela, iako je oštećenje (slabije) vidljivo već na mjestu prijelaza iz gornjeg u srednji dio, dok se kod modela s *Tie* interakcijom javlja pri dnu srednjeg dijela. Kod oba se modela oštećenje širi prodiranjem do donje vanjske plohe.

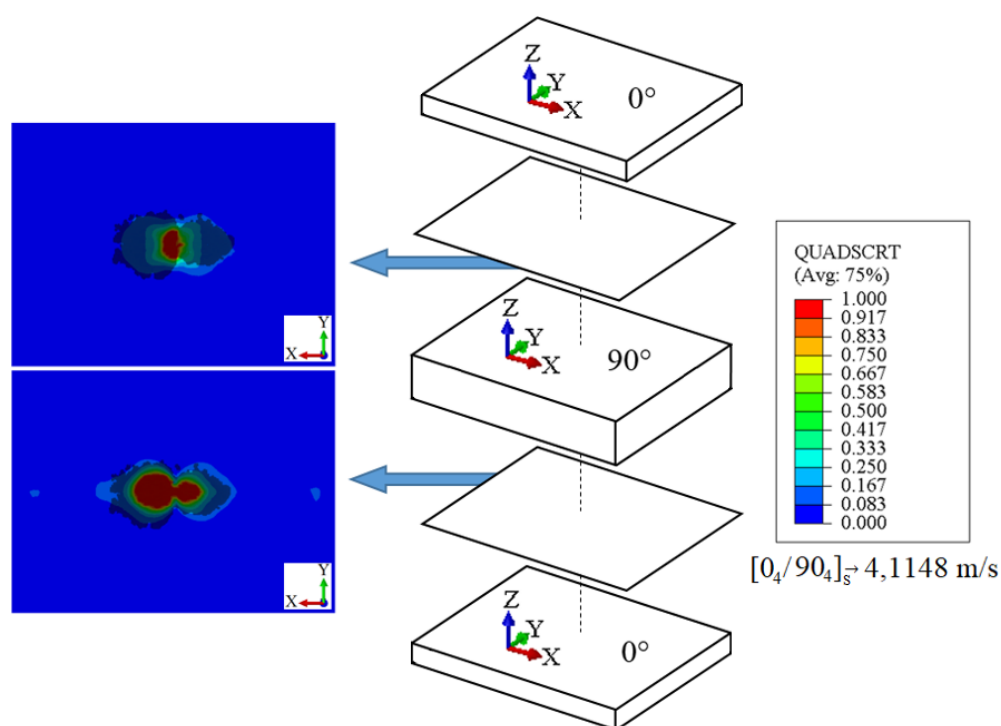


**Slika 30. Poprečni presjek triju modela  $[0_4 / 40_4]_s$  rasporeda slojeva različitih korištenih mehanizama pri najvišoj brzini udarača za HSNMTCRT varijablu**

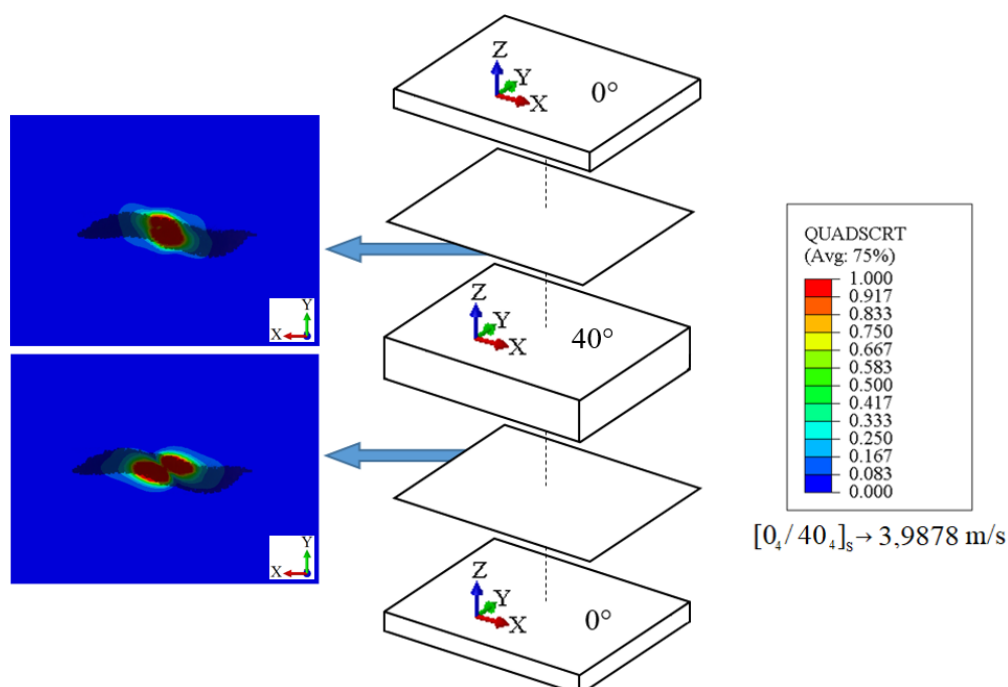
Rezultati HSNMTCRT varijable sa slike 30 daju nešto drukčije vrijednosti za inicijaciju oštećenja. Što se tiče inicijacije oštećenja na gornjoj plohi, koja je u dodiru s udaračem, prema HSNMTCRT varijabli, vidljivo je kako se za modele s kohezivnim ponašanjem javlja, dok na modelu s *Tie* interakcijom nema naznaka inicijacije oštećenja. Inicijacija oštećenja u modelu s *Tie* interakcijom započinje sa srednjim dijelom i odmah se, prodirući vertikalno, širi duž  $x$  osi. Kod oba kohezivna modela već u prvom dijelu postoji inicijacija oštećenja. Prijelazom u srednji dio se malo smanjuje te se onda opet javlja intenzivnije i širi prema donjoj plohi.

#### **4.1.3. Rezultati izlaznih varijabli kohezivnog ponašanja za oba modela**

Na slikama 31 i 32 prikazani su rezultati varijable QUADSCRT za *cross-ply* model i za model rasporeda slojeva  $[0_4 / 40_4]_s$ , a na slikama 33 i 34 rezultati varijabli CSQUADSCRT i CSDMG, također za iste modele. Moguće je uočiti da je primjenom kohezivnog ponašanja na mjestima prijelaza dijelova različitih orijentacija vlakana dobiveno da dolazi do inicijacije oštećenja, što opravdava tvrdnje iz [4,21,40]. Varijablom QUADSCRT opisana je inicijacija oštećenja na modelu s kohezivnim elementima, dok je s varijablama CSQUADSCRT i CSDMG opisana inicijacija oštećenja, odnosno samo oštećenje na modelu s kohezivnim površinama. Na slikama je, uz rezultate i vrijednosnu skalu varijabli, prikazana i shema rastavljene kompozitne ploče na tri dijela, po grupama slojeva iste orijentacije vlakana. Za model kohezivne površine prikazani su rezultati obiju kontaktnih površina, dok su za model s kohezivnim elementima prikazani samo rezultati donje strane *zero-thickness* slojeva. Na rezultatima je u mjerilu prikazano i oštećenje izmjereno C-skenom u eksperimentu [40].



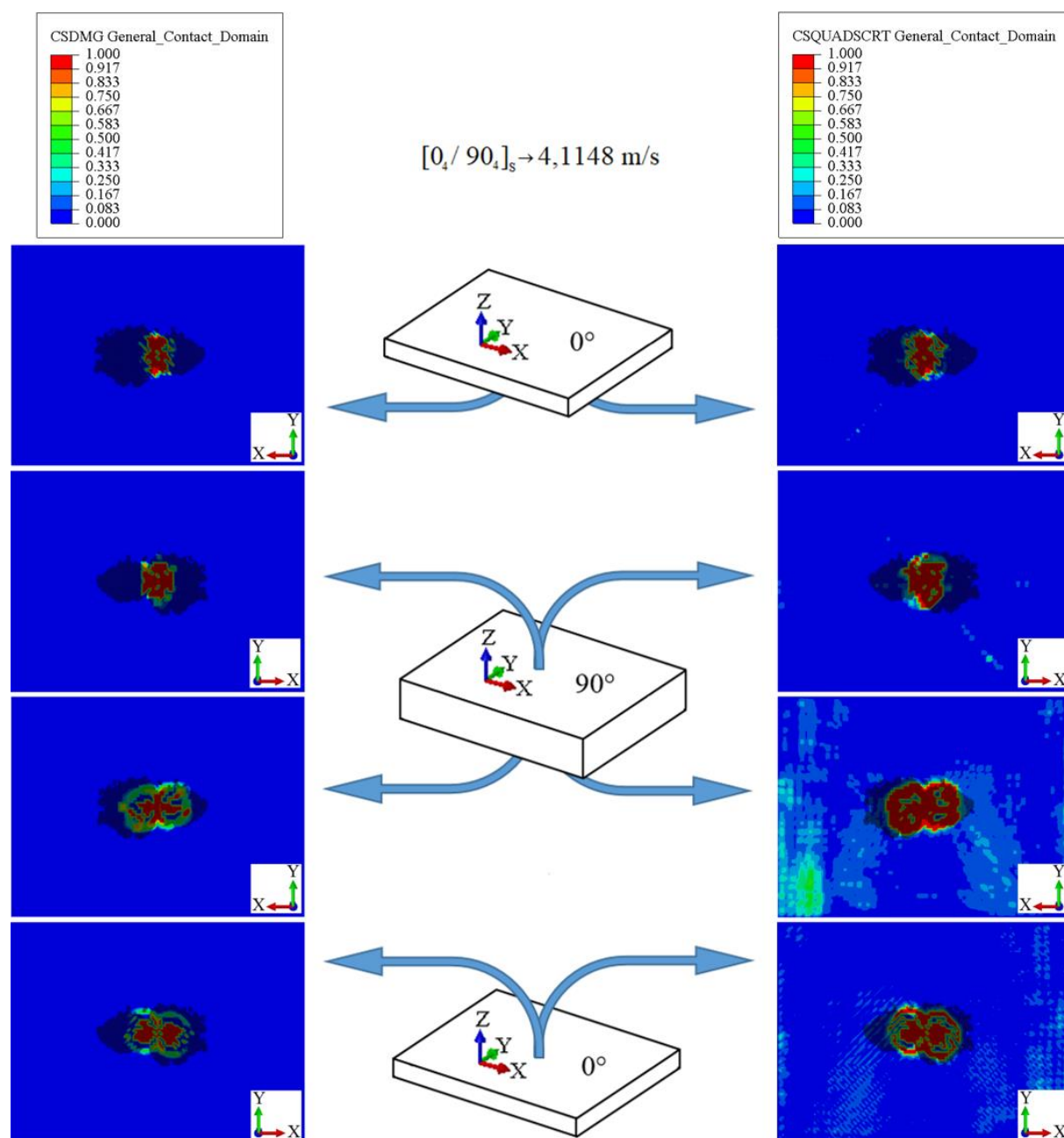
Slika 31. Rezultati varijable QUADSCRT za odgovarajuće plohe *zero-thickness* slojeva *cross-ply* modela



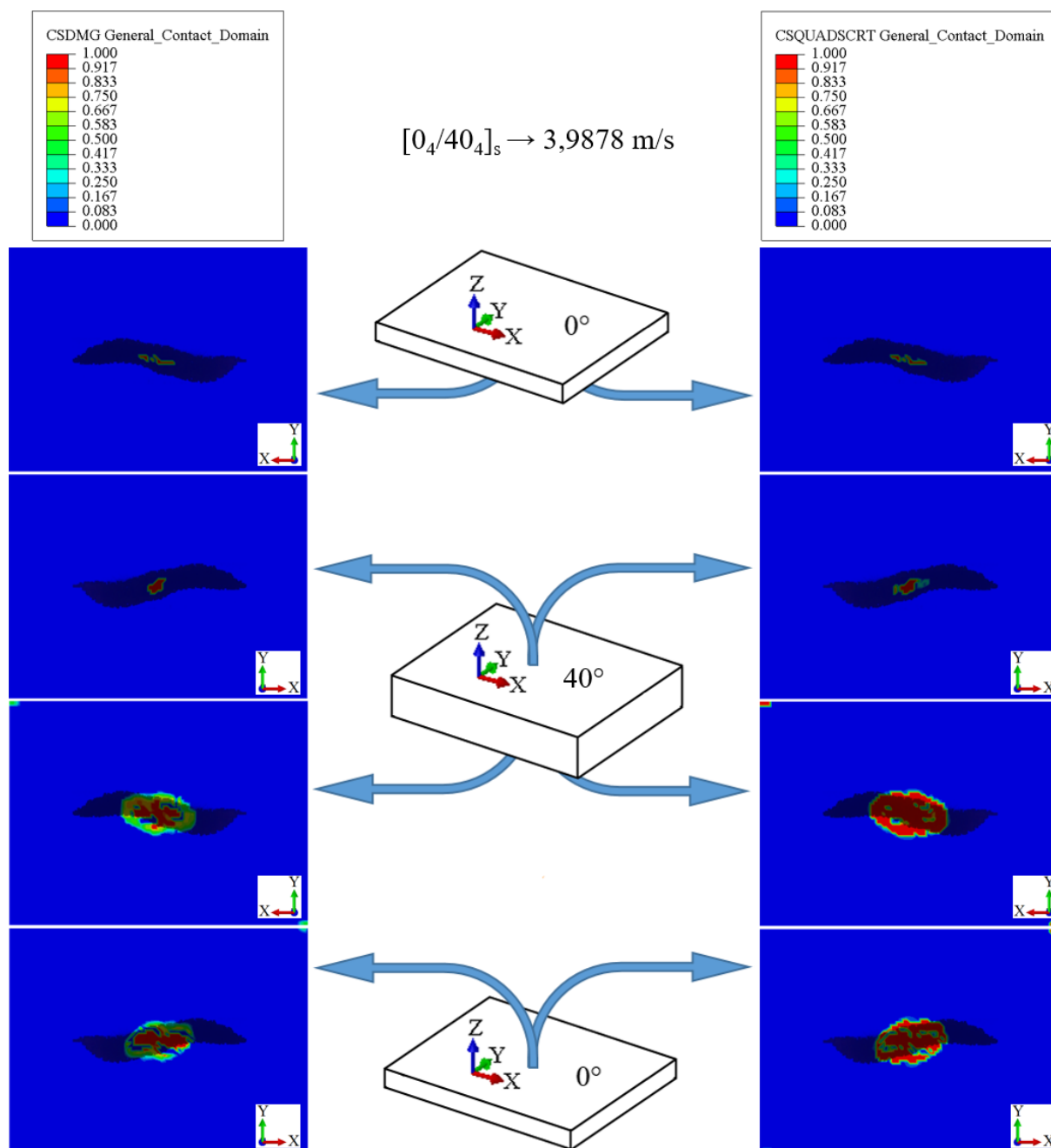
Slika 32. Rezultati varijable QUADSCRT za odgovarajuće plohe *zero-thickness* slojeva modela  $[0_4/40_4]_s$  rasporeda

Za prikaz rezultata QUADSCRT varijable na slikama 31 i 32 uzeti su rezultati s donjih ploha *zero-thickness* slojeva jer su rezultati na gornjim ploham istih iznosa, samo drukčije orijentacije. Iz slika je vidljivo kako inicijacija oštećenja postoji već na prvom *zero-thickness* sloju (gornja slika rezultata QUADSCRT varijable). Za *cross-ply* model smjer protezanja inicijacije oštećenja dominantniji je duž  $y$  osi (vertikalno), za što je orijentacija vlakana u tom dijelu kao jedna od mogućih posljedica. S druge strane, za model rasporeda slojeva  $[0_4 / 40_4]_s$  vidljivo je da oblik inicijacije oštećenja teži ka izduženijem i položenijem položaju (približavanje ka horizontalnom), za što je jedna od mogućih posljedica postavni kut vlakana od  $40^\circ$ . Počeci inicijacije oštećenja na tim mjestima unutar kompozitne ploče, uz smjer i način širenja oštećenja, mogu se potkrijepiti i sa slikama 21-24, gdje su ista ta mjesta inicijacije i načini propagacije oštećenja vidljivi po poprečnom presjeku. Na donjoj slici rezultata QUADSCRT vidi se da je došlo do propagacije područja inicijacije oštećenja spuštanjem prema donjem dijelu ploče, gdje je postavni kut vlakana za oba modela  $0^\circ$ . Propagacija područja inicijacije oštećenja za oba modela dominantnija je duž  $x$  osi, što i odgovara postavnom kutu  $0^\circ$ , no oblici inicijacije oštećenja ne teže ka istome obliku. Kod *cross-ply* modela širenje se odvija vertikalno u smjeru osi  $y$ , kao moguća posljedica od srednjeg dijela s postavnim kutom  $90^\circ$ , dok je kod drugog modela vidljivo da se širenje odvija pod određenim kutem u odnosu na vertikalnu os  $y$ , za što je moguće odgovorna orijentacija vlakana. Dakle, iz priloženog je pokazano da se numeričkom analizom predviđa nastanak oštećenja na gornjem spoju  $0^\circ$  i  $90^\circ$ , odnosno  $40^\circ$ . U [40] nema navedenih rezultata po poprečnom presjeku, kao ni drugih naznaka gdje se točno po debljini inicira oštećenje te na koji način propagira. Stoga je moguće da se i na eksperimentalnim modelima možda oštećenje inicira na gornjem spoju  $0^\circ$  i  $90^\circ$ , no to se ne može pokazati u svrhu validacije ovoga rada. Ukoliko se usporede dimenzije područja inicijacije oštećenja tih dvaju modela, moguće je uočiti kako je na gornjem spoju  $0^\circ$  i  $90^\circ$  ( $40^\circ$ ) veće područje za model  $[0_4 / 40_4]_s$  rasporeda slojeva, dok je na donjem spoju područje veće za *cross-ply* model.

Isti je način ponašanja oštećenja, ali drukčijeg izgleda, i za kohezivne površine, prema slikama 33 i 34.



Slika 33. Rezultati za varijable CSDMG i CSQUADSCRT za odgovarajuće kohezivne površine *cross-ply* modela

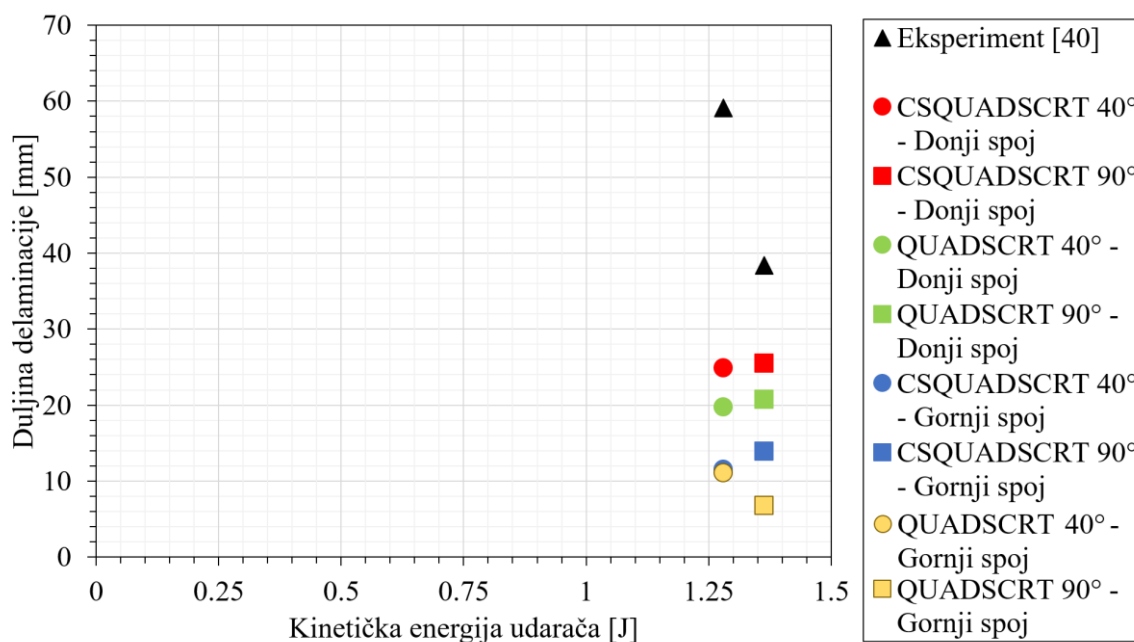


**Slika 34. Rezultati za varijable CSDMG i CSQUADSCRT za odgovarajuće kohezivne površine modela  $[0_4/40_4]_s$  rasporeda**

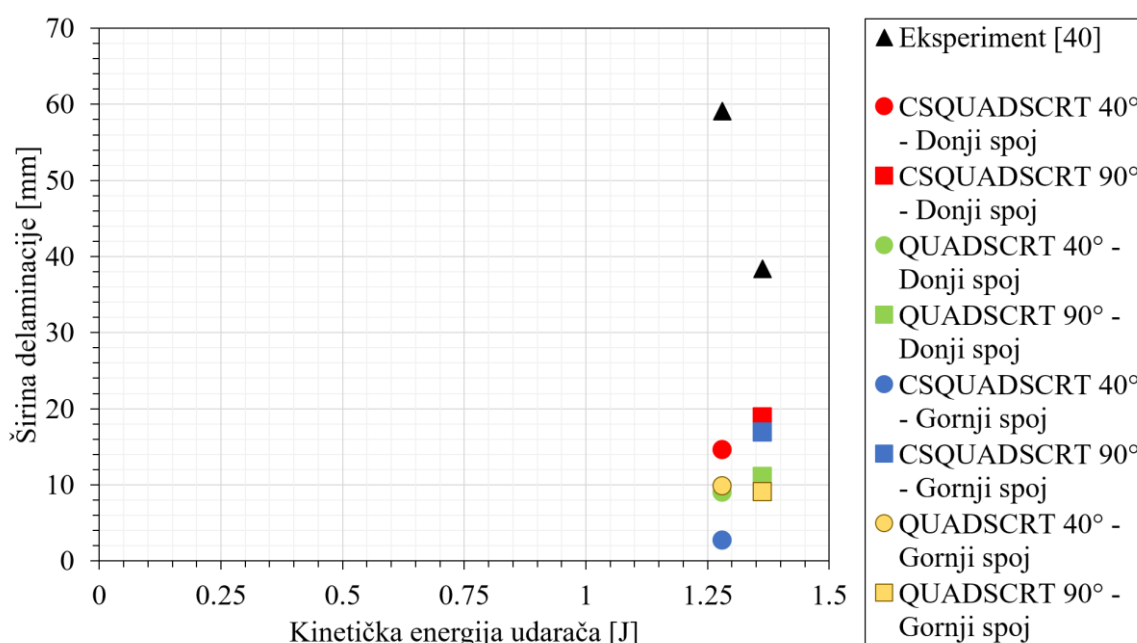
Mjesto početka inicijacije vidljivo je već između gornjeg i srednjeg dijela, uz dominantnije protezanje duž y osi za *cross-ply* model te položeniji smjer propagacije u odnosu na os x za model  $[0_4/40_4]_s$  rasporeda slojeva. Značajna je i razlika u dimenzijama između ta dva oblika, gdje veličinom prevladava područje inicijacije oštećenja za *cross-ply* model. Time se može potkrijepiti i tvrdnja iz [4] da je velika razlika između postavnih kutova vlakana

pogodna za inicijaciju oštećenja pri udarnom opterećenju. Na donjem spoju  $0^\circ$  i  $90^\circ$  ( $40^\circ$ ) za oba je modela izražena dominacija protezanja područja oštećenja duž  $x$  osi te je i u ovome slučaju za *cross-ply* model područje inicijacije oštećenja veće.

Na slikama 35 i 36 ilustrirani su dijagrami duljine, odnosno širine inicijacije delaminacije u ovisnosti o kinetičkoj energiji udarača za varijable kohezivnog ponašanja.



**Slika 35.** Dijagram duljine delaminacije u ovisnosti o kinetičkoj energiji udarača za varijable kohezivnog ponašanja



**Slika 36.** Dijagram širine delaminacije u ovisnosti o kinetičkoj energiji udarača za varijable kohezivnog ponašanja

Uspoređujući iznose s dijagrama, moguće je uočiti kako duljinom prevladavaju inicijacije delaminacija na donjem spoju između slojeva različitog postavnog kuta, dok za širinu samo inicijacije delaminacija preko varijable CSQUADSCRT na donjem spoju slojeva različitog postavnog kuta jer su ostale vrijednosti izmiješane. Ukoliko se uspoređuju rezultati iste varijable, na istome mjestu, ali za različitu orijentaciju, može se uočiti kako je samo za slučaj QUADSCRT varijable dužina i širina inicijacije delaminacije na gornjem spoju slojeva različite orijentacije veća za model s postavnim kutom  $40^\circ$ . U preostalim su slučajevima dominantnije dimenzije inicijacije oštećenja za model s postavnim kutom  $90^\circ$ , čime se opet podilazi tvrdnji da je na mjestima veće razlike između postavnih kutova slojeva pogodnije za inicijaciju oštećenja pri udarnom opterećenju [4].

#### 4.2. Usporedba numeričkih rezultata za različite orijentacije postavnih kutova

U [40] se navodi kako je zamijećeno da se delaminacija pojavljuje na mjestima spajanja slojeva različite orijentacije, stoga se izvršio eksperimentalni test na kompozitnim pločama različitih postavnih kutova vlakana, pri približno jednakim brzinama, kako bi se prikazao utjecaj orijentacije vlakana na pojavu delaminacija. Ploča se sastoji od 16 slojeva, rasporeda  $[0_4 / \theta_4]_S$ , gdje je postavni kut  $\theta = 20^\circ, 40^\circ, 60^\circ, 80^\circ, 90^\circ$ . Brzine udarača po kompozitnim pločama različitih orijentacija vlakana su:

- $[0_4 / 20_4]_S \rightarrow 4,1656 \text{ m/s}$ ,
- $[0_4 / 40_4]_S \rightarrow 3,9878 \text{ m/s}$ ,
- $[0_4 / 60_4]_S \rightarrow 4,1402 \text{ m/s}$ ,
- $[0_4 / 80_4]_S \rightarrow 4,1148 \text{ m/s}$ ,
- $[0_4 / 90_4]_S \rightarrow 4,1148 \text{ m/s}$ .

I u ovom su slučaju prikazani rezultati samo prema varijablama DAMAGEMT i HSNMTCRT zbog toga što dolazi samo do popuštanja matrice. Rezultati su prikazani u obliku maksimalnih vrijednosti oštećenja, odnosno inicijacije oštećenja, kroz ukupnu debljinu kompozitne ploče kao *Envelope (max abs)*.



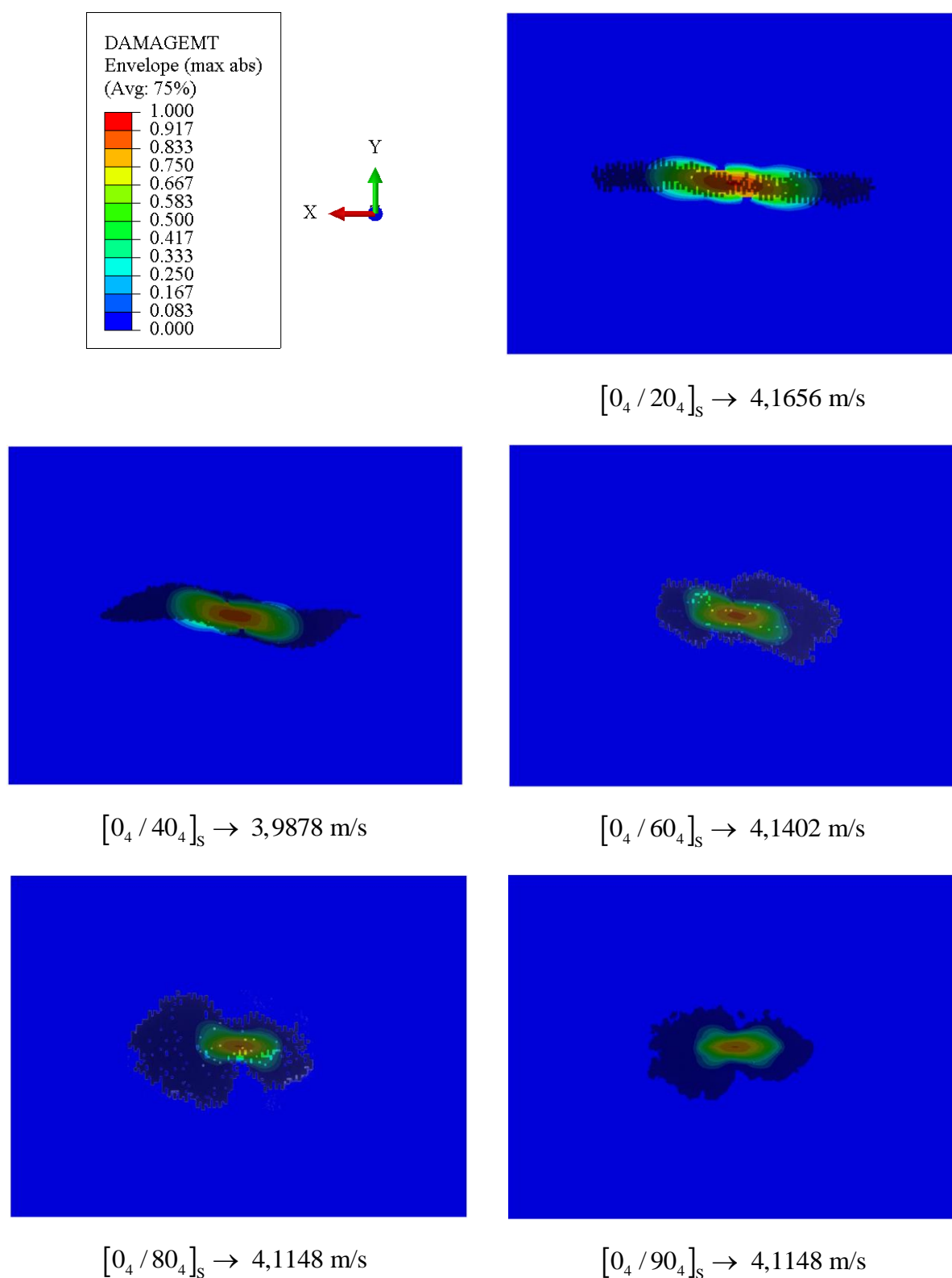
---

**4.2.1. Usporedba rezultata različitih postavnih kutova prema izlaznoj varijabli  
Abaqus/Explicit-a DAMAGE**

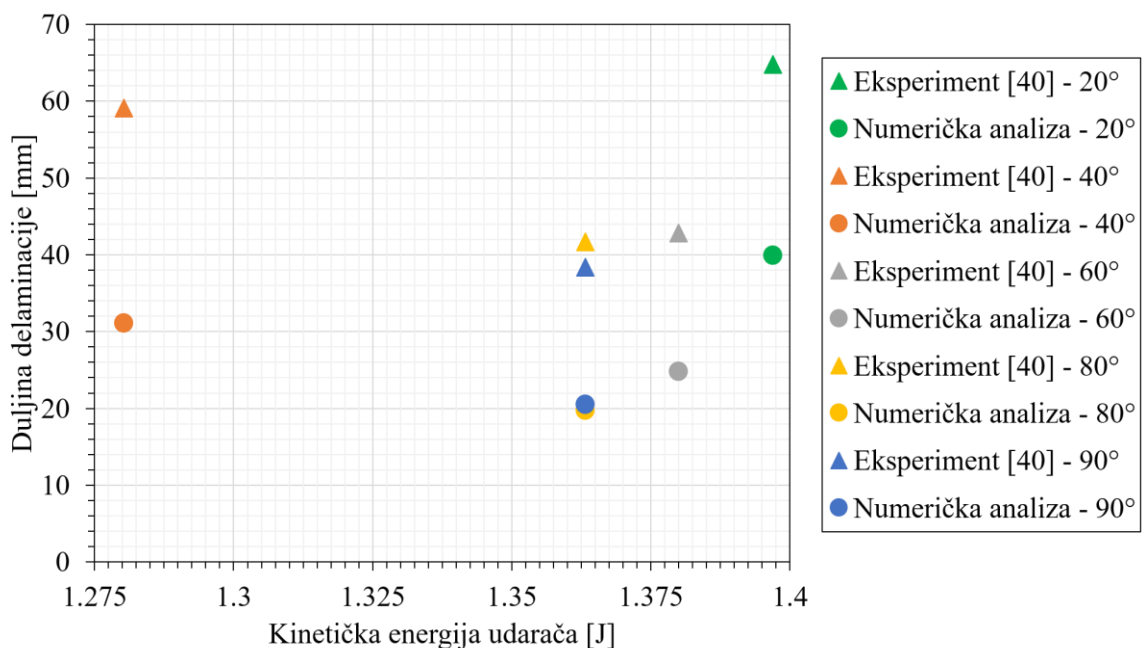
Po potpoglavljima 4.2.1.1, 4.2.1.2 i 4.2.1.3 dani su rezultati za DAMAGE varijablu prema korištenim mehanizmima na površinama između slojeva različitih orijentacija vlakana. U potpoglavlju 4.2.1.4 komentirani su prethodno prikazani rezultati.

**4.2.1.1. Rezultati numeričke analize dobiveni pomoću kohezivnih elemenata**

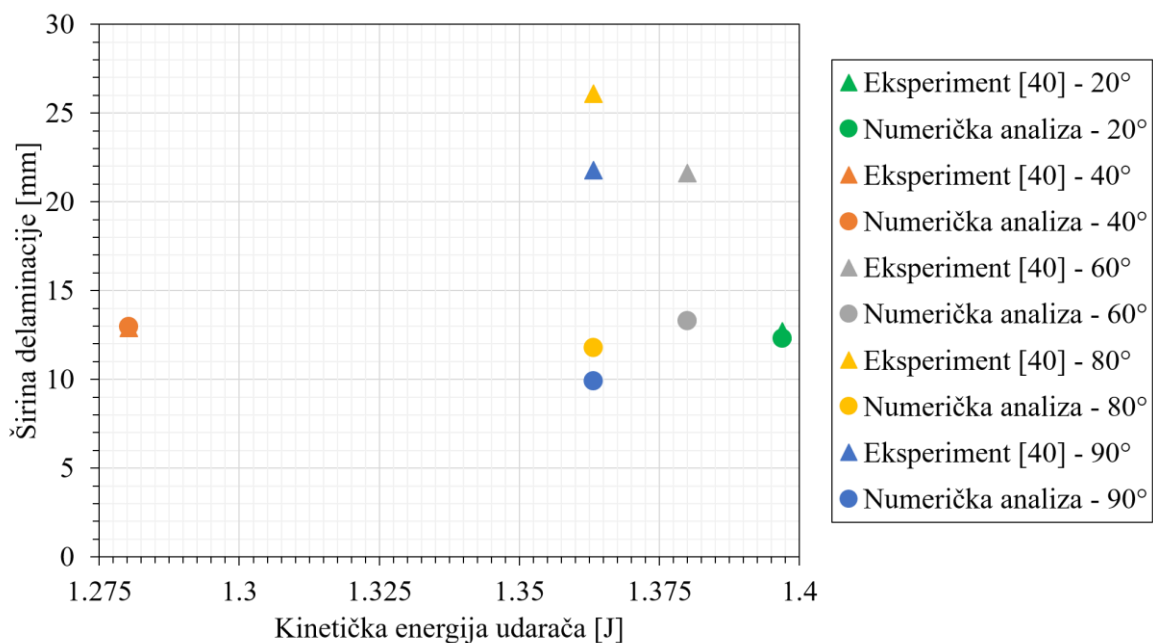
Slika 37 prikazuje rezultate varijable DAMAGE dobivene korištenjem kohezivnih elemenata, gdje su modeli redom poslagani prema porastu postavnog kuta. Rezultati DAMAGE varijable modela s kohezivnim elementima, sa slike 37, dijagramski su prikazani na slikama 38 i 39 preko međusobne ovisnosti duljina, odnosno širine delaminacije i kinetičke energije udarača.



**Slika 37. Prikaz rezultata DAMAGEMT varijable za modele različitih postavnih kutova korištenjem kohezivnih elemenata**

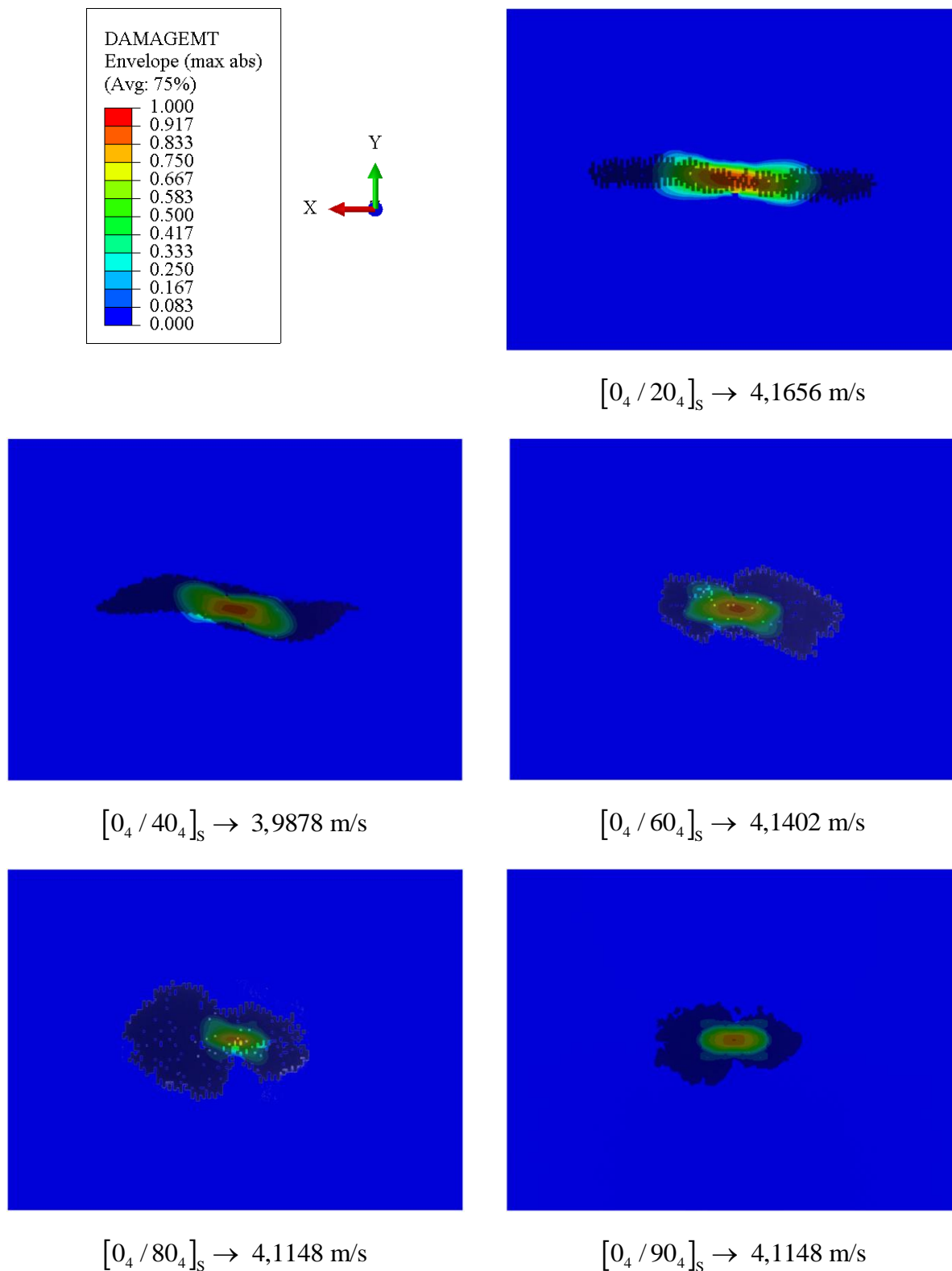


**Slika 38. Dijagramski prikaz rezultata duljine delaminacije DAMAGEMT varijable korištenjem kohezivnih elemenata**



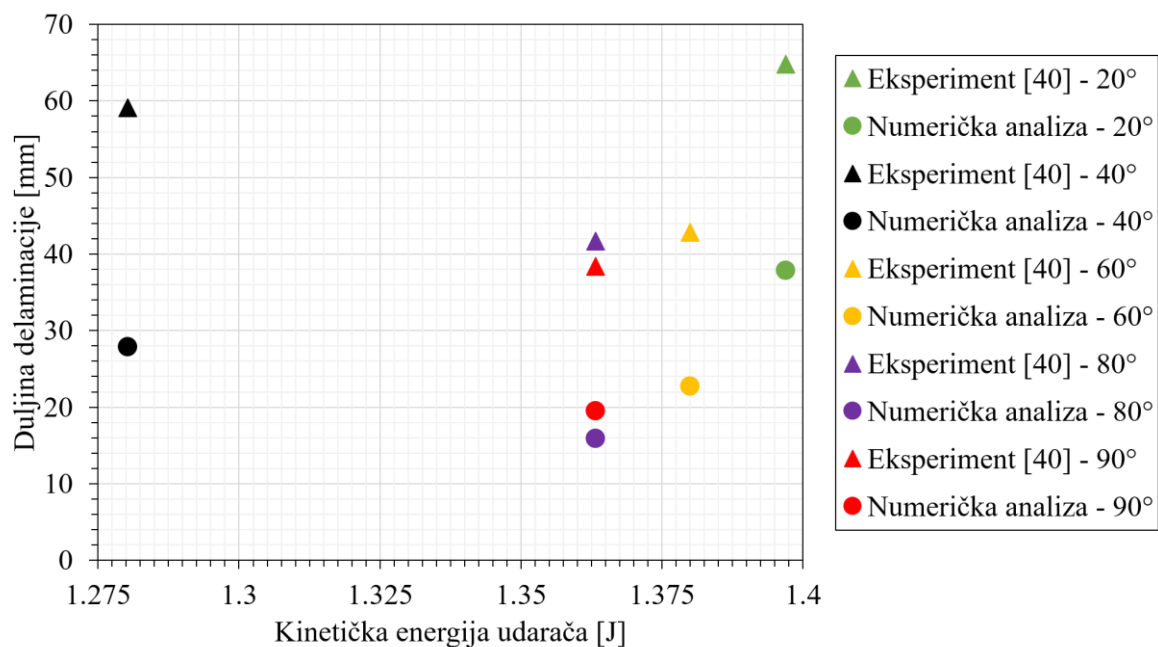
**Slika 39. Dijagramski prikaz rezultata širine delaminacije DAMAGEMT varijable korištenjem kohezivnih elemenata**

## 4.2.1.2. Rezultati numeričke analize dobiveni pomoću površina kohezivnog ponašanja

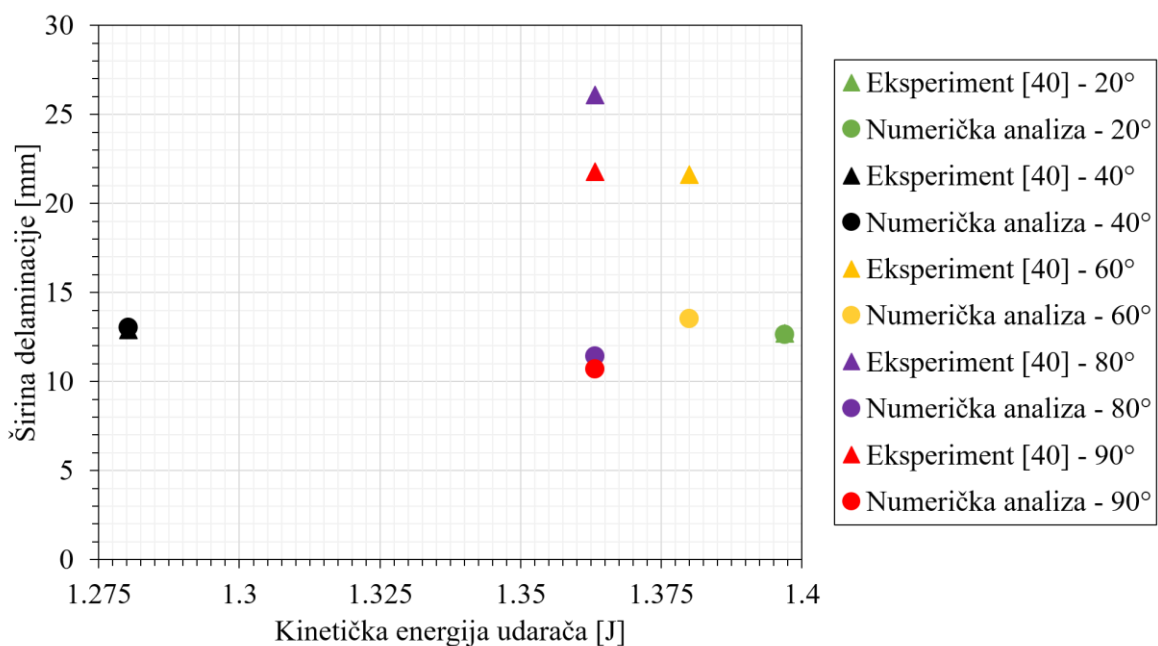


**Slika 40. Prikaz rezultata DAMAGEMT varijable za modele različitih postavnih kutova korištenjem površina kohezivnog ponašanja**

Slika 40 ilustrira rezultate varijable DAMAGE\_T dobivene pomoću površina kohezivnog ponašanja, dok su na slikama 41 i 42 isti rezultati prikazani dijagramski preko ovisnosti duljine i širine delaminacije s kinetičkom energijom udarača.

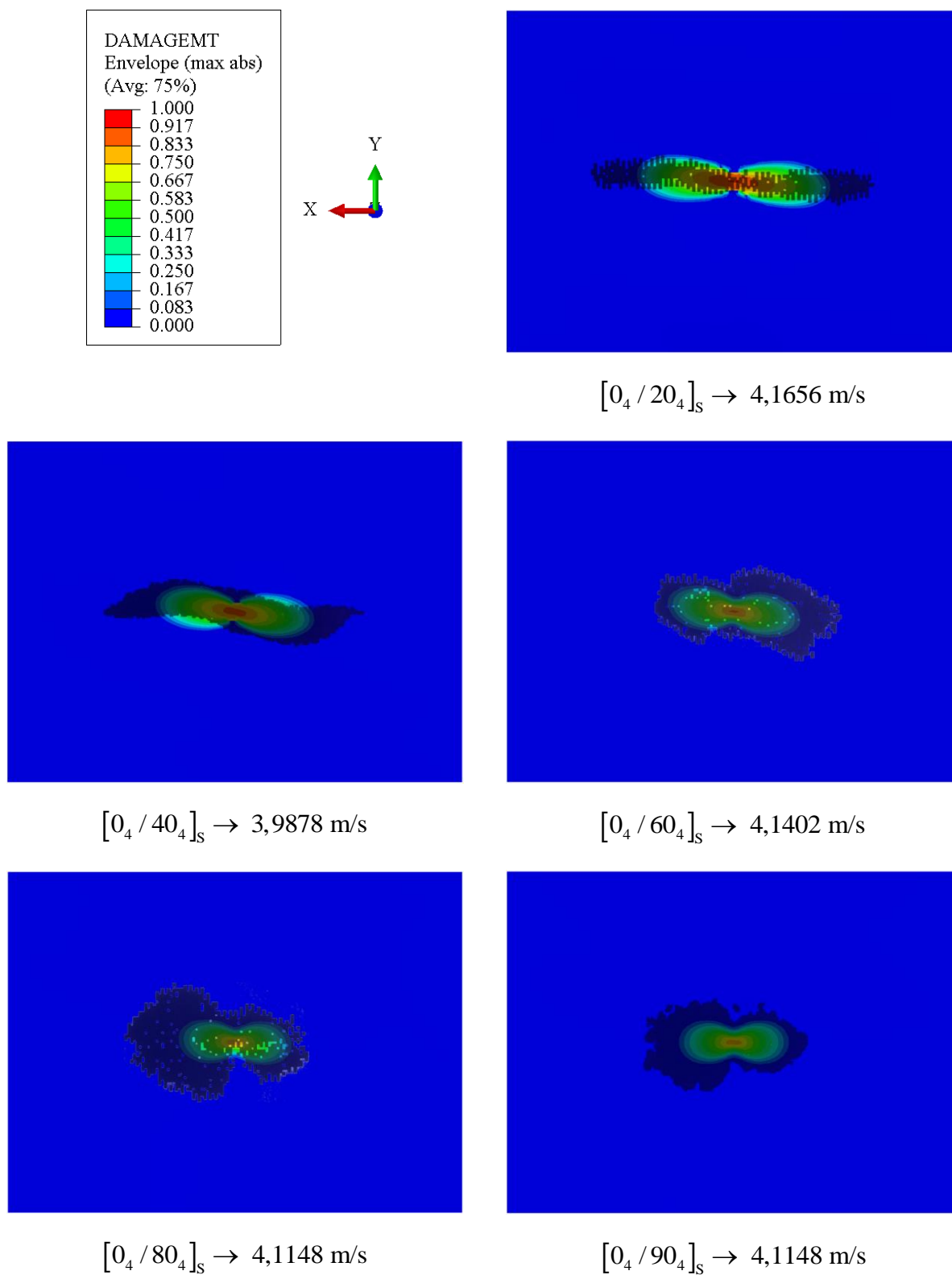


**Slika 41. Dijagramski prikaz rezultata duljine delaminacije DAMAGE\_T varijable korištenjem površina kohezivnog ponašanja**



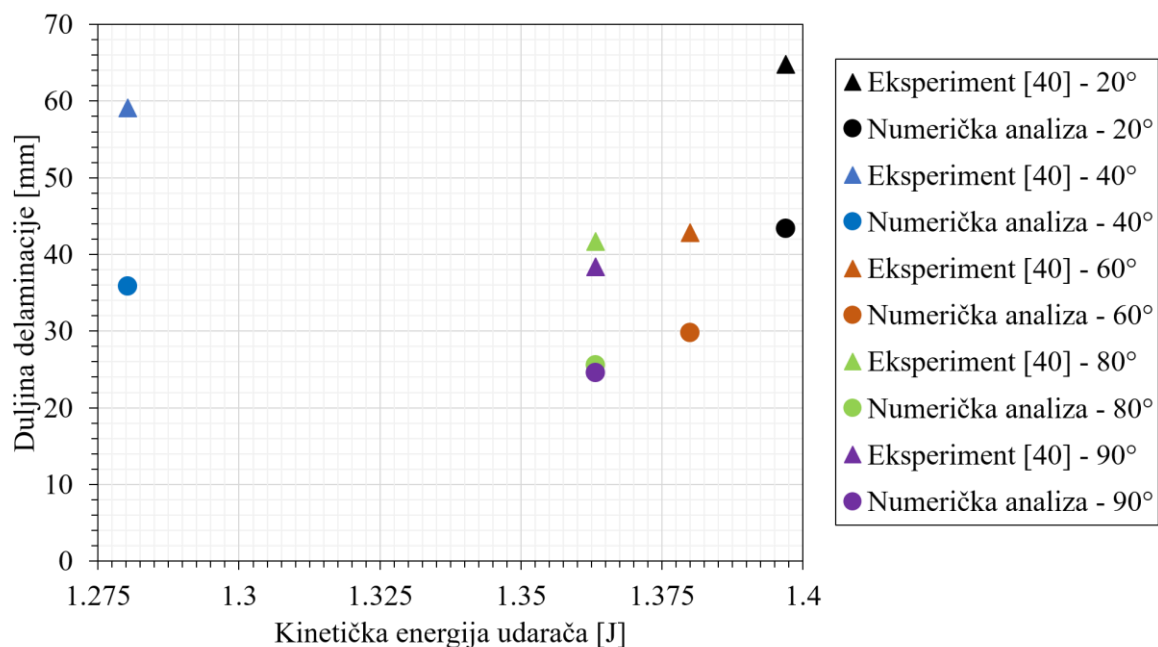
**Slika 42. Dijagramski prikaz rezultata širine delaminacije DAMAGE\_T varijable korištenjem površina kohezivnog ponašanja**

### 4.2.1.3. Rezultati numeričke analize dobiveni korištenjem samo Tie interakcije između površina

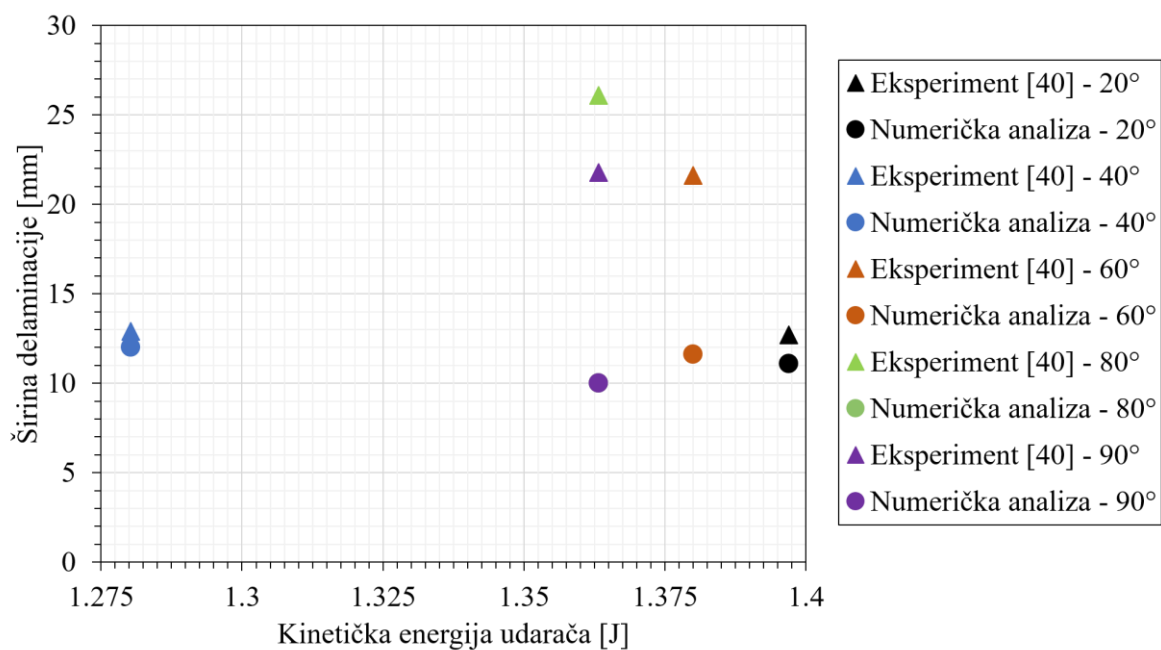


**Slika 43. Prikaz rezultata DAMAGEMT varijable za modele različitih postavnih kutova korištenjem Tie interakcije**

Na slici 43 prikazani su rezultati varijable DAMAGEMT dobiveni uporabom *Tie* interakcije. Slike 44 i 45 daju dijagramski prikaz rezultata sa slike 43 kao ovisnost duljine i širine delaminacije s kinetičkom energijom udarača.



**Slika 44. Dijagramski prikaz rezultata duljine delaminacije DAMAGEMT varijable korištenjem *Tie* interakcije**



**Slika 45. Dijagramski prikaz rezultata širine delaminacije DAMAGEMT varijable korištenjem *Tie* interakcije**

#### 4.2.1.4. Osvrt na rezultate DAMAGEMT varijable

Na temelju prethodno izloženih rezultata, vidljivo je da se s porastom postavnog kuta mijenja i oblik oštećenja iz izduženog i suženog u kraći i širi oblik. Jedna od mogućih pretpostavki načina širenja oštećenja je to da se pucanje matrice, kao uzrok daljnjih delaminacija (oštećenja), odvija u smjeru orijentacije slojeva [40].

Glede usporedbe numeričkih rezultata s eksperimentalnim rezultatima, prema navedenim rezultatima moguće je donijeti slijedeće zaključke. Za orijentacije vlakana od  $20^\circ$  i  $40^\circ$  modeli s kohezivnim ponašanjem daju vrlo slične iznose za širinu oštećenja s eksperimentalnim rezultatima iz [40], dok je kod modela s *Tie* interakcijom malo veće odstupanje. S porastom kuta orijentacije slojeva raste i razlika u numeričkim i eksperimentalnim rezultatima za širinu oštećenja. Ukoliko se za parametar usporedbe rezultata uzme duljina oštećenja, moguće je uočiti kako se s povećanjem postavnog kuta smanjuje razlika u eksperimentalnim i numeričkim rezultatima. Uspoređujući razliku u rezultatima eksperimenata i numerike za tri različita modela, moguće je uočiti kako je razlika najmanja za model s *Tie* interakcijom. U dijagrame su unesene vrijednosti najvećih duljina i najvećih širina oštećenja jer eksperimentalni rezultati nemaju pravilan oblik oštećenja, stoga se u dijagramima numerički rezultati uspoređuju s maksimalnim vrijednostima eksperimentalnih rezultata. No, na slikama gdje rezultati nisu prikazani u obliku vrijednosti, već vizualno, moguće je vidjeti kako se manji dijelovi oštećenja eksperimentalnih rezultata dosta dobro poklapaju s numeričkim rezultatima, naročito za model s *Tie* interakcijom. Oštećenja za model s *Tie* interakcijom poprimaju pravilan (i simetričan) oblik za sve postavne kutove te kao takva imaju najbolja preklapanja s oštećenjima iz eksperimentalnih mjerenja [40].

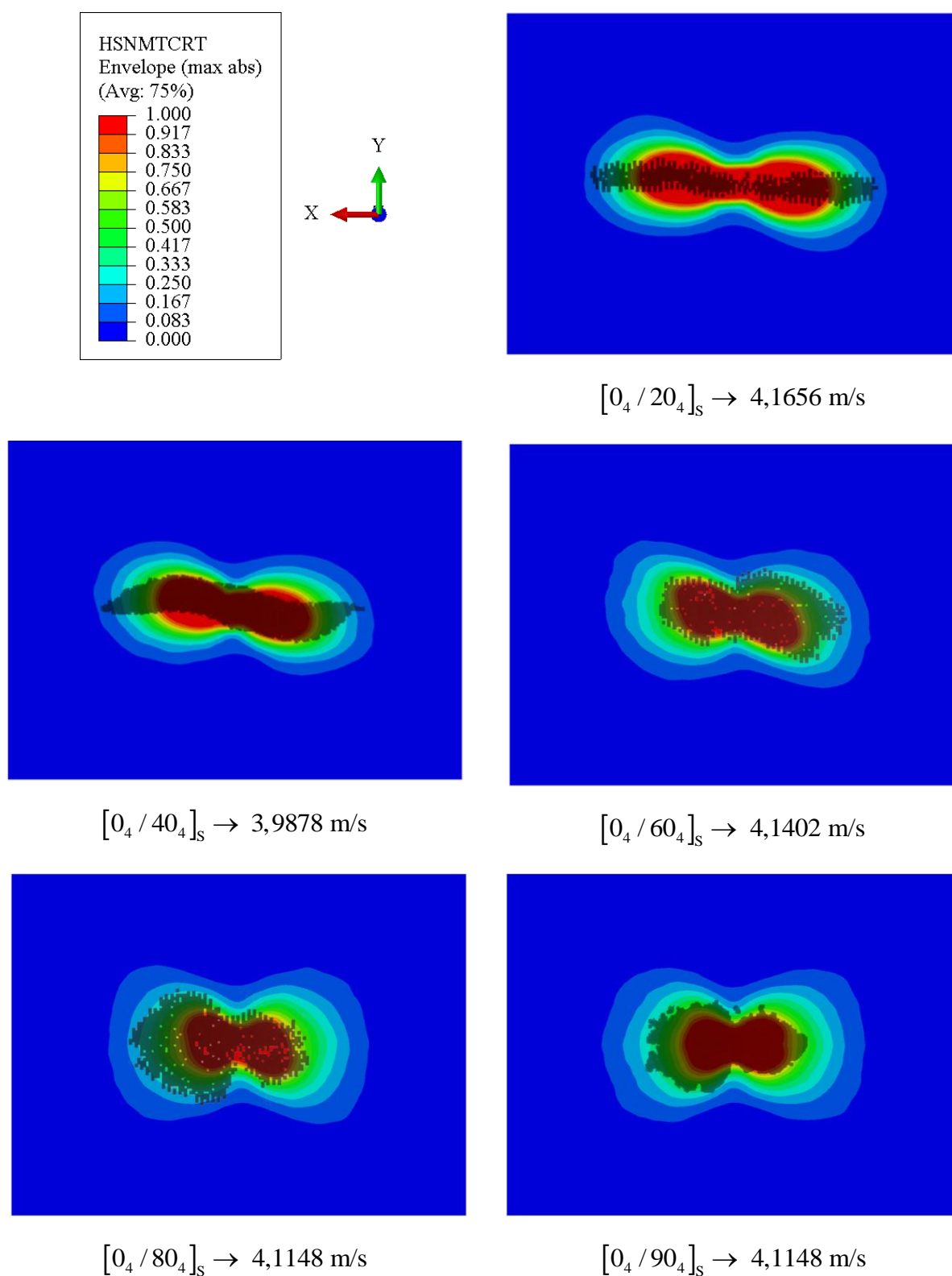
#### 4.2.2. Usporedba rezultata različitih postavnih kutova prema izlaznoj varijabli Abaqus/Explicit-a HSNMTCRT

U potpoglavljima 4.2.2.1, 4.2.2.2 i 4.2.2.3 izloženi su rezultati za HSNMTCRT varijablu prema korištenim mehanizmima na površinama između slojeva različitih orijentacija vlakana, dok je u potpoglavlju 4.2.2.4 dan osvrt na navedene rezultate.

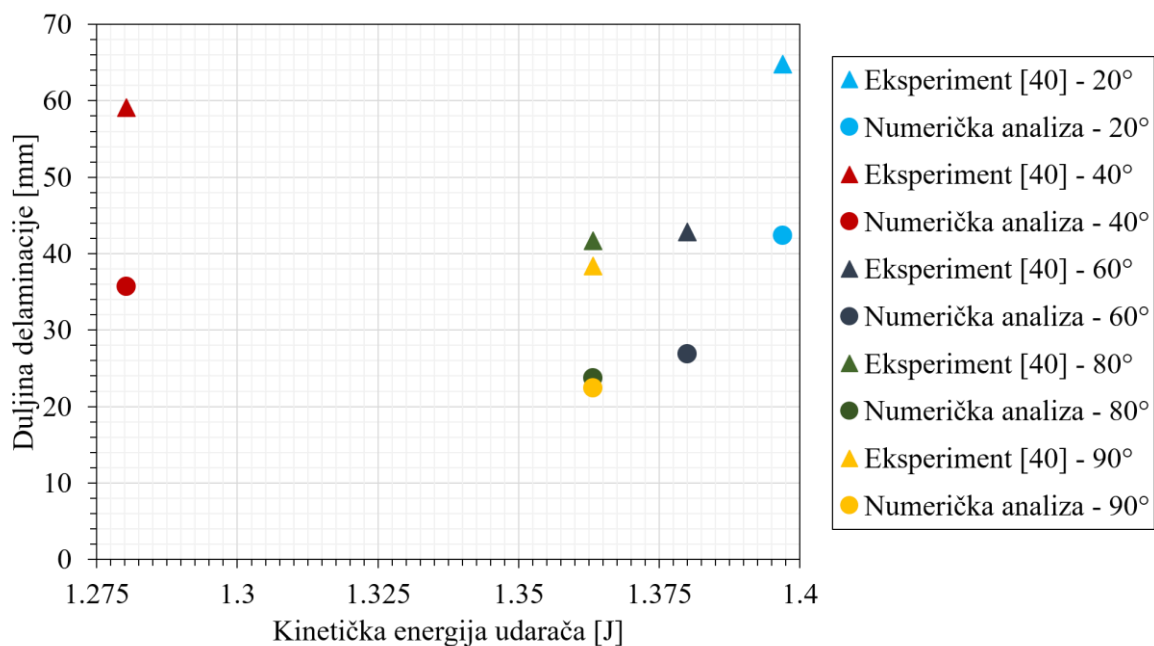
##### 4.2.2.1. Rezultati numeričke analize dobiveni pomoću kohezivnih elemenata

Ilustracija rezultata varijable HSNMTCRT dobivene pomoću kohezivnih elemenata prikazana je na slici 46, dok su s dijagramima na slikama 47 i 48 isti rezultati prikazani preko ovisnosti duljine i širine delaminacije s kinetičkom energijom udarača.

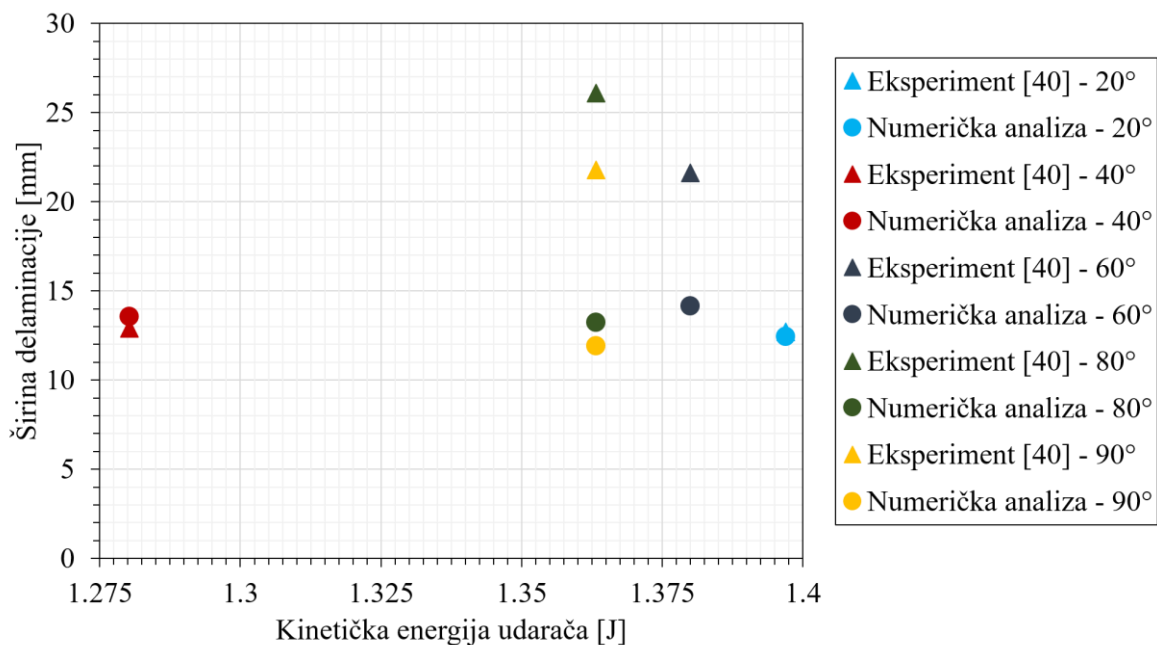




**Slika 46. Prikaz rezultata HSNMTCRT varijable za modele različitih postavnih kutova korištenjem kohezivnih elemenata**

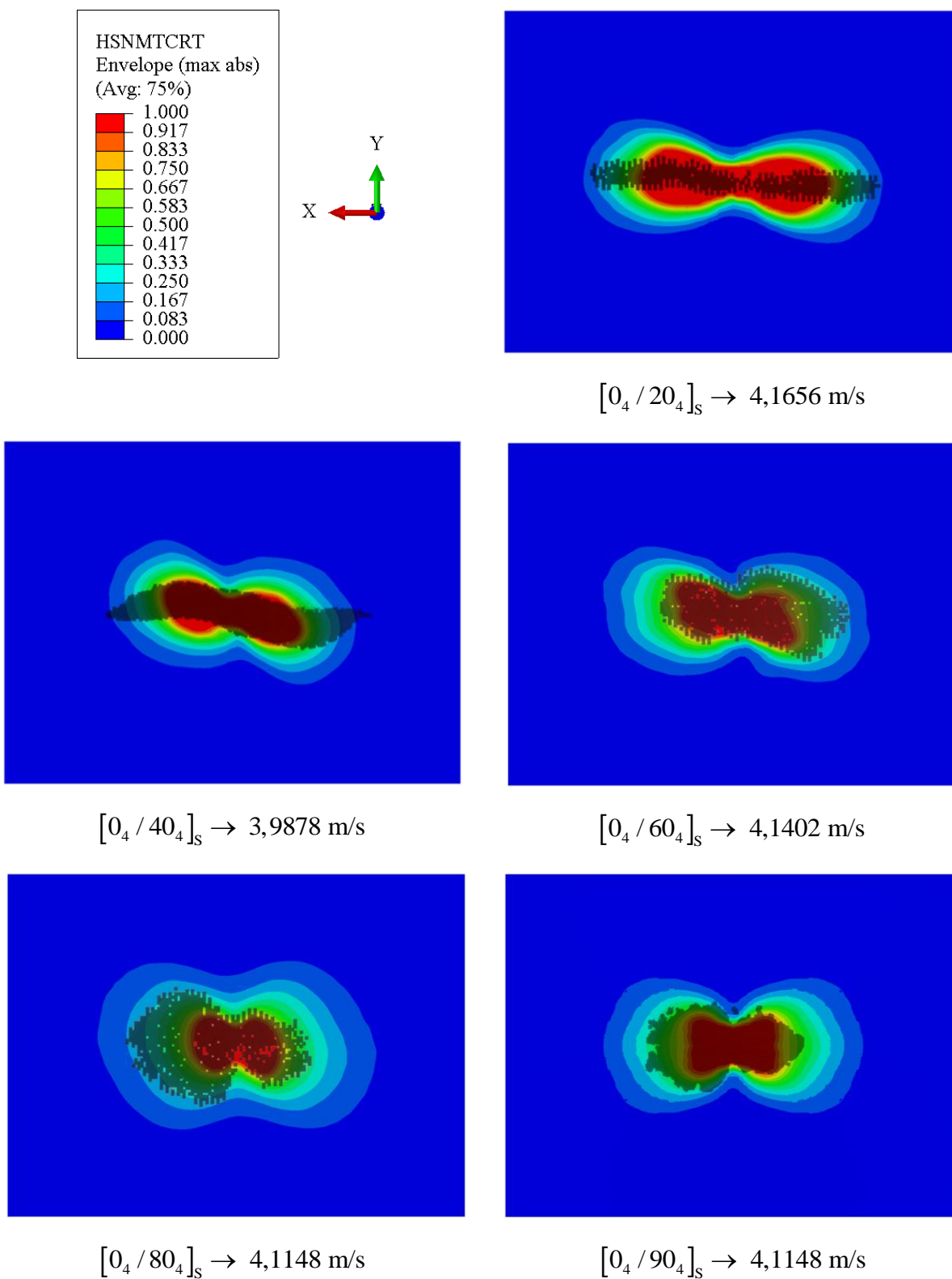


**Slika 47. Dijagramski prikaz rezultata duljine delaminacije HSNMTCRT varijable korištenjem kohezivnih elemenata**



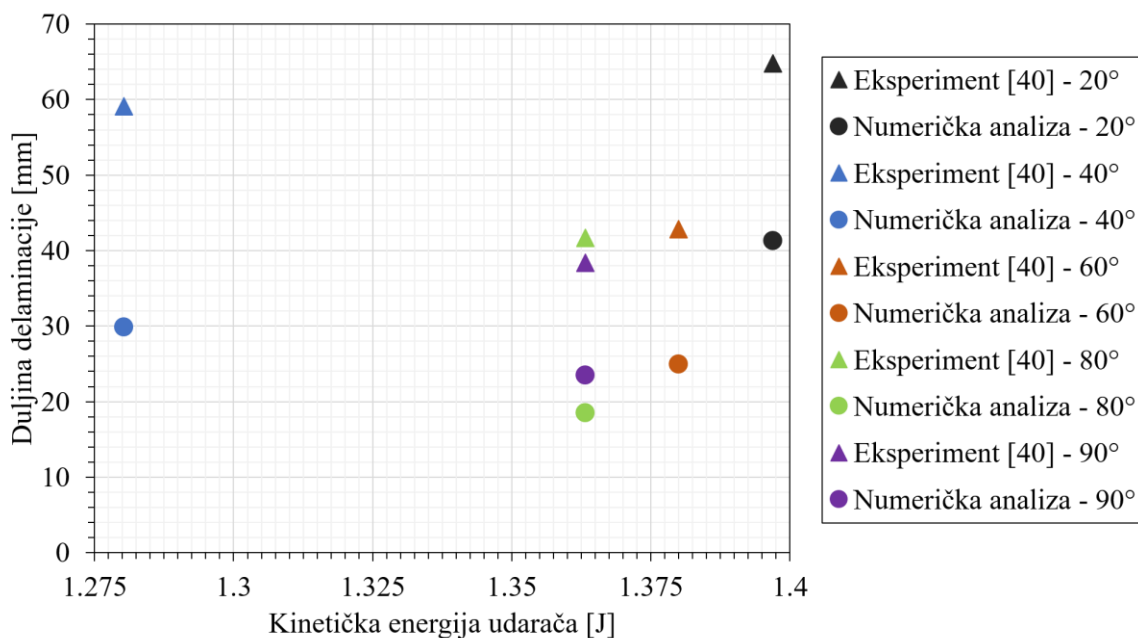
**Slika 48. Dijagramski prikaz rezultata širine delaminacije HSNMTCRT varijable korištenjem kohezivnih elemenata**

## 4.2.2.2. Rezultati numeričke analize dobiveni pomoću površina kohezivnog ponašanja

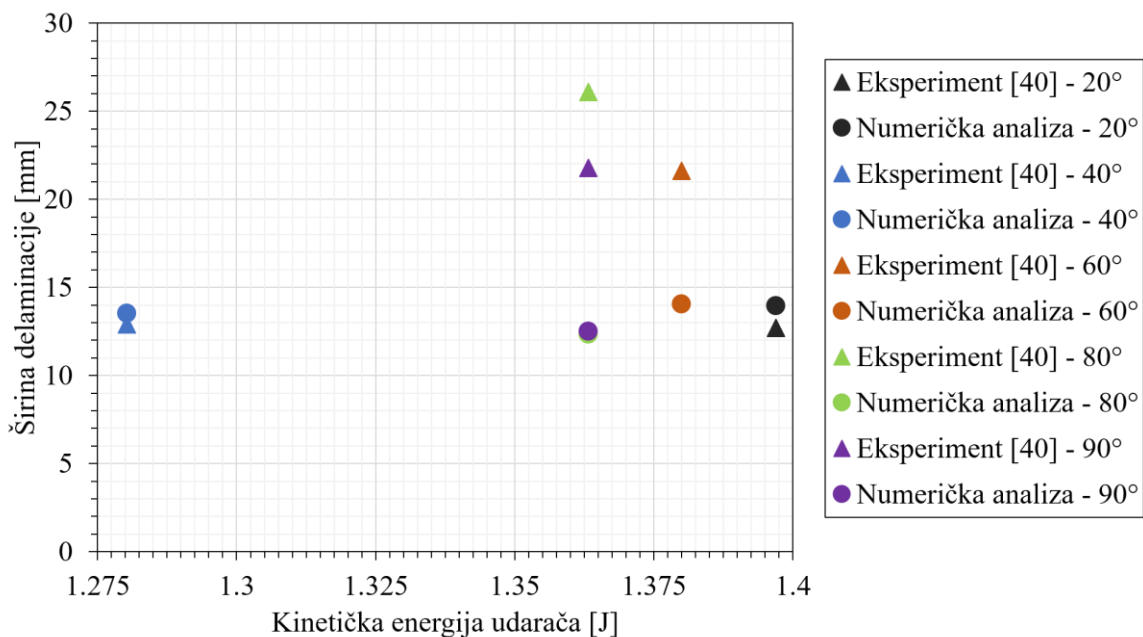


**Slika 49. Prikaz rezultata HSNMTCRT varijable za modele različitih postavnih kutova korištenjem površina kohezivnog ponašanja**

Na slici 49 prikazani su rezultati varijable HSNMTCRT dobiveni uporabom kohezivnih površina. Slike 50 i 51 daju dijagramski prikaz rezultata iz slike 49 kao ovisnost duljine i širine delaminacije o kinetičkoj energiji udarača.

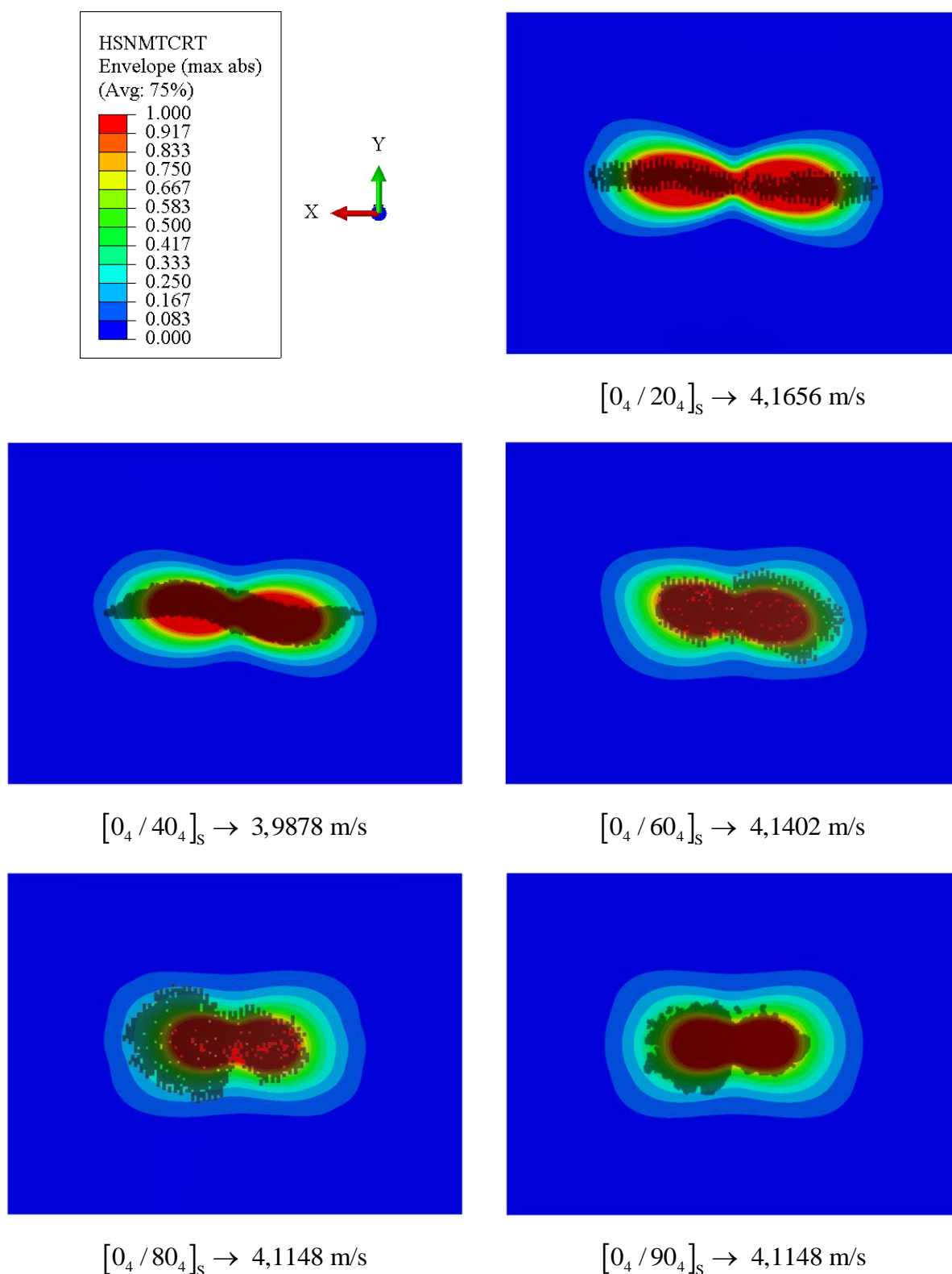


**Slika 50.** Dijagramski prikaz rezultata duljine delaminacije HSNMTCRT varijable korištenjem površina kohezivnog ponašanja



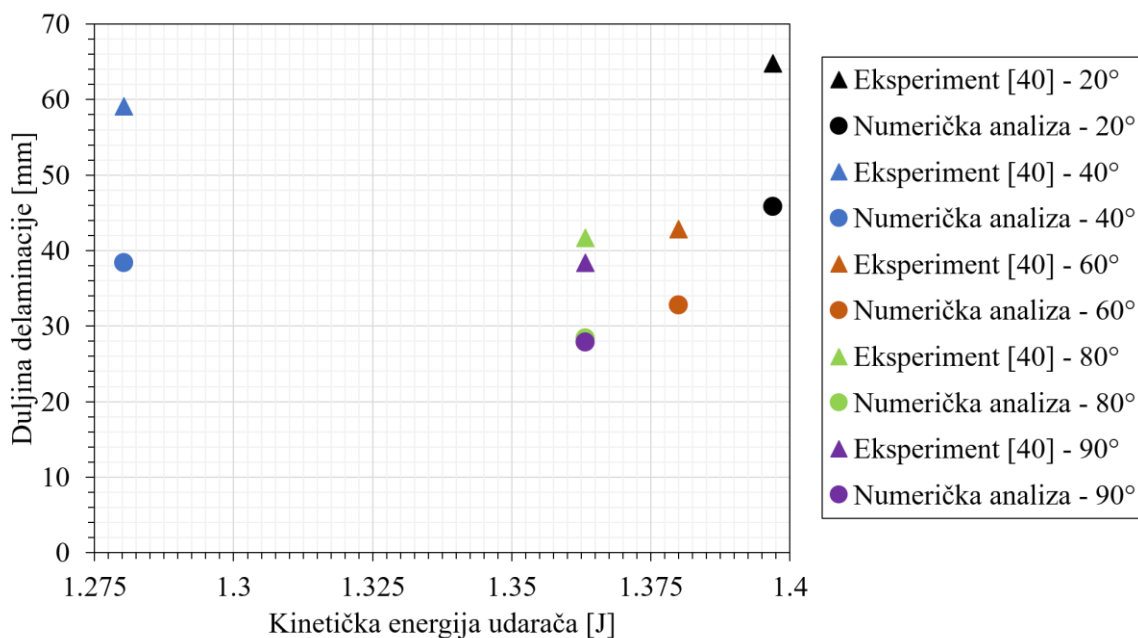
**Slika 51.** Dijagramski prikaz rezultata širine delaminacije HSNMTCRT varijable korištenjem površina kohezivnog ponašanja

### 4.2.2.3. Rezultati numeričke analize dobiveni korištenjem samo Tie interakcije između površina

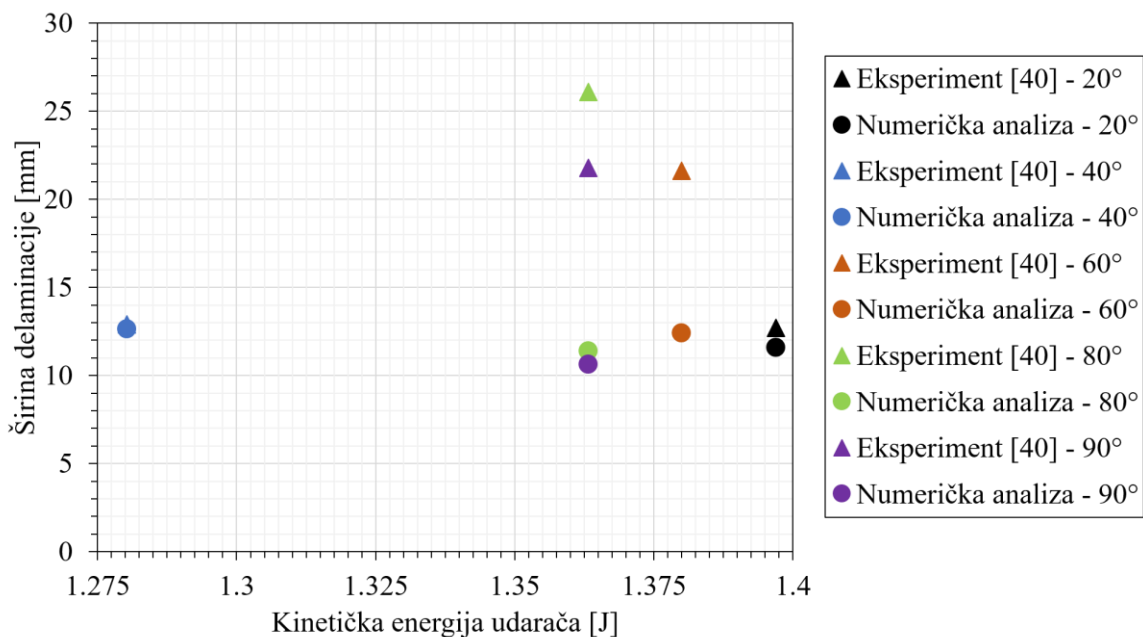


**Slika 52. Prikaz rezultata HSNMTCRT varijable za modele različitih postavnih kutova korištenjem Tie interakcije**

Rezultati HSNMTCRT varijable modela s *Tie* interakcijom ilustrirani su na slici 52, dok su dijagramski prikazani na slikama 53 i 54 preko međusobne ovisnosti duljine, odnosno širine delaminacije i kinetičke energije udarača.



**Slika 53.** Dijagramski prikaz rezultata duljine delaminacije HSNMTCRT varijable korištenjem *Tie* interakcije



**Slika 54.** Dijagramski prikaz rezultata širine delaminacije HSNMTCRT varijable korištenjem *Tie* interakcije

---

#### 4.2.2.4. Osvrt na rezultate HSNMTCRT varijable

Prema prikazanim rezultatima, može se zaključiti i kako za HSNMTCRT varijablu vrijede isti zaključci kao i za DAMAGEMENT varijablu, jedino što je područje inicijacije oštećenja po HSNMTCRT varijabli malo veće vrijednosno (duljinom i širinom) nego što je područje oštećenja prema DAMAGEMENT varijabli. Oblici numeričkih rezultata poprimaju oblike ovisno o postavnom kutu vlakana, kao i za prethodnu varijablu, te razlike između eksperimentalnih i numeričkih rezultata imaju isto značenje kao i kod rezultata za DAMAGEMENT varijablu. Nadalje, rezultati modela s *Tie* interakcijom vizualno se poklapaju najviše, u odnosu na druge modele s rezultatima, s manjim dijelovima oštećenja eksperimentalnih mjerenja.

## 5. ZAKLJUČAK

U ovom radu je izvršena validacija numeričkog modela kompozitne ploče uspoređivanjem s eksperimentalnima iz [40], koristeći pritom tri različita mehanizma za modeliranje—kohezivne elemente, kohezivne površine te *Tie* interakciju. Pritom su izvršene varijacije postavnih kutova višeslojnih kompozitnih ploča zbog određivanja utjecaja rasporeda slojeva na pojavu oštećenja.

Temeljem numeričkih rezultata dobivenih variranjem postavnih kutova vlakana može se zaključiti kako se za kutove manjih iznosa, u ovome radu konkretno za  $20^\circ$ , dobiju duguljasta i uža oštećenja, dok se s porastom kutova smanjuje duljina, a povećava širina oštećenja. Jedno od mogućih objašnjenja takvog ponašanja jest pojava pukotina matrica koje prate smjer vlakana, a ujedno time i određuju smjer oštećenja jer uzrokuju daljnje delaminacije (oštećenja), što je uočeno i u [4,21,40].

Nadalje, izvršena je i numerička analiza na dva modela različitih postavnih kutova s variranjem brzine udara. Iz rezultata se može zaključiti kako se povećanjem brzine povećava i oštećenje. U slučajevima s najvećom brzinom udara je dolazilo do oštećenja na plohi koja dolazi u direktan kontakt s udaračem. Po poprečnim se presjecima modela moglo vidjeti da je najveća koncentracija oštećenja bila pri dnu ploče, što se također podudara sa zaključcima iz [4,21,23,24], te da se na prijelazima između slojeva različite orijentacije pojavljuju također oštećenja [4,21,40]. Štoviše, pomoću rezultata izlaznih varijabli kohezivnog ponašanja pokazano je kako veća razlika između orijentacijskih kutova vlakana pogoduje pojavi oštećenja direktno na površinama prijelaza, no ne i na cjelokupnu ploču [4,21,40]. Rezultati dobiveni numeričkom analizom pokazuju da su za manju razliku između orijentacijskih kutova vlakana oštećenja na cjelokupnoj ploči kroz debljinu veća nego za veću razliku između orijentacijskih kutova. Za ispravljanje toga trebalo bi prilagoditi kriterij za inicijaciju delaminacije, no takvo što je izvan opsega diplomskog rada. Navedeni zaključci doneseni su temeljem opažanja iz rezultata poprečnog presjeka dobivenih numeričkom analizom. U [40] su samo prikazana oštećenja dobivena C-skenom, bez prikaza oštećenja po debljini poprečnog presjeka.

Na temelju prikazanih rezultata za tri različita mehanizma koji su korišteni u numeričkim modelima za ovaj rad te uzimajući u obzir složenost modeliranja i ukupno vrijeme trajanja analize, procjenjuje se kako bi numerička metodologija s primjenom modela koji koristi *Tie*



interakciju mogla biti korisna u svrhu modeliranja modela inicijacije oštećivanja u kohezivnim elementima/površinama koji se koriste za analizu realnih kompozitnih konstrukcija. Ukoliko bi se pri analizi realnih kompozitnih konstrukcija htjela primijeniti kohezivnost, preporuča se modeliranje putem *VUMAT User Subroutine*.

## LITERATURA

- [1] I. Smojver, *Mehanika kompozitnih materijala*, Zagreb: nastavni materijal Fakulteta Strojарstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, ver. 06/2007.
- [2] G. Marić, »Materijali II, prezentacija s predavanja,« 27. 5. 2013. [Mrežno]. Available: [https://www.fsb.unizg.hr/usb\\_frontend/files/1369657197-0-materijaliiikompoziti2013.pdf](https://www.fsb.unizg.hr/usb_frontend/files/1369657197-0-materijaliiikompoziti2013.pdf). [Pokušaj pristupa 13. 12. 2017.].
- [3] K. K. Chawla, *Composite Materials*, Springer-Verlag New York, 2012.
- [4] W. J. Cantwell i J. Morton, »The impact resistance of composite materials - a review,« *Composites*, svez. 22, br. 5, pp. 347-362, 1991.
- [5] The Institute for Composite Materials (IVW), [Mrežno]. Available: <http://www.ivw.uni-kl.de/en/research-development/projects/closed-projects/recycling-of-composite-materials-cfrp-with-a-thermoplastic-matrix/>. [Pokušaj pristupa 14. 12. 2017.].
- [6] Kevlar Supply, [Mrežno]. Available: <http://www.kevlarsupply.com/kevlar-29-style-745-ballistic-grade-fabric-free-shipping/>. [Pokušaj pristupa 14. 12. 2017.].
- [7] Plascore, [Mrežno]. Available: <https://www.plascore.com/honeycomb/honeycomb-cores/>. [Pokušaj pristupa 18. 12. 2017.].
- [8] D. Ćorić i T. Filetin, *Materijali u zrakoplovstvu*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2012.
- [9] Javor trgovina d.o.o., [Mrežno]. Available: <http://www.javor-trgovina.hr/artikli-detalji/sperploce/sperploca-breza-kocka/189>. [Pokušaj pristupa 14. 12. 2017.].
- [10] Long Short Report, [Mrežno]. Available: <http://longshortreport.com/2016/10/28/global-honeycomb-sandwich-market-2016-2021/>. [Pokušaj pristupa 14. 12. 2017.].
- [11] K. Hiroshi, »The application of ceramic-matrix composites to the automotive ceramic gas turbine,« *Composites Science and Technology*, svez. 59, br. 6, pp. 861-872, 1999.
- [12] D. Gay, *Composite Materials: Design and Applications*, Third Edition, CRC Press, 2014.
- [13] CompositesWorld, [Mrežno]. Available: <https://www.compositesworld.com>. [Pokušaj pristupa 13. 12. 2017.].
- [14] ArnabOcean, [Mrežno]. Available: <http://arnabOcean.com/frontposts/2013-03-10-whatarecomposites/>. [Pokušaj pristupa 12. 14. 2017.].

- [15] C-can Technologies, [Mrežno]. Available: <http://www.c-scantech.com/>. [Pokušaj pristupa 13. 12. 2017.].
- [16] C. Kassapoglou, Design and Analysis of Composite Structures: With Applications to Aerospace Structures, 2nd Edition, John Wiley & Sons, Ltd., 2013.
- [17] E. Ghassemieh, »Materials in Automotive Application, State of the Art and Prospects,« u *New Trends and Developments in Automotive Industry*, InTech, 2011, pp. 365-394.
- [18] R. Brooks, »Composites in Automotive Applications: Design,« u *Comprehensive Composite Materials, Volume 6: Design and Applications*, New York, Springer, 2000, pp. 341-363.
- [19] ŠESTAN-BUSCH d.o.o., [Mrežno]. Available: <http://www.sestan-busch.hr/>. [Pokušaj pristupa 13. 12. 2017.].
- [20] J. Zhang, K. Chaisombat, S. He i C. H. Wang, »Glass/Carbon Fibre Hybrid Composite Laminates for Structural Applications in Automotive Vehicles,« u *Sustainable Automotive Technologies 2012*, Berlin, Heidelberg, Springer, 2012, pp. 69-74.
- [21] S. Abrate, Impact on Composite Structures, Cambridge University Press, 1998.
- [22] P. Maimi, P. P. Camanho, J. A. Mayugo i A. Turon, »Matrix cracking and delamination in laminated composites. Part I: Ply constitutive law, first ply failure and onset of delamination,« *Mechanics of Materials*, svez. 43, br. 4, pp. 169-185, 2011.
- [23] E. Pietropaoli, »Virtual Crack Closure Technique and Finite Element Method for Predicting the Delamination Growth Initiation in Composite Structures,« u *Advances in Composite Materials - Analysis of Natural and Man-Made Materials*, InTech, 2011, pp. 463-480.
- [24] N. J. Pagano i G. A. Schoeppner, »Delamination of polymer matrix composites: problems and assessment,« u *Comprehensive Composite Materials*, svez. 2, Elsevier Science, 2003, pp. 433-528.
- [25] M. Dziendzikowski, K. Dragan, A. Kurnyta, Ł. Kornas, A. Latoszek, M. Zabłocka, S. Kłysz, A. Leski, M. Chalimoniuk i J. Giewoń, »An Approach to Structural Health Monitoring of Composite Structures Based on Embedded PZT Transducers,« *Fatigue of Aircraft Structures*, svez. 1, pp. 113-118, 2014.
- [26] T. Hasiotis, E. Badogiannis i N. G. Tsouvalis, »Application of Ultrasonic C-Scan Techniques for Tracing Defects in Laminated Composite Materials,« u *4th International Conference On NDT*, Chania, Crete-Greece, 2007.
- [27] Rimac Automobili, [Mrežno]. Available: [www.rimac-automobili.com/](http://www.rimac-automobili.com/). [Pokušaj pristupa 13. 12. 2017.].

- [28] ASCE Library, [Mrežno]. Available: [https://ascelibrary.org/doi/full/10.1061/\(ASCE\)AS.1943-5525.0000134](https://ascelibrary.org/doi/full/10.1061/(ASCE)AS.1943-5525.0000134). [Pokušaj pristupa 15. 12. 2017.].
- [29] ESA, [Mrežno]. Available: [http://www.esa.int/Our\\_Activities/Operations/Space\\_Debris/Hypervelocity\\_impacts\\_and\\_protecting\\_spacecraft](http://www.esa.int/Our_Activities/Operations/Space_Debris/Hypervelocity_impacts_and_protecting_spacecraft). [Pokušaj pristupa 15. 12. 2017.].
- [30] W. J. Cantwell i J. Morton, »Comparison of the low and high velocity impact response of CFRP,« *Composites*, svez. 20, br. 6, p. 1989, 545-551.
- [31] N. J. Pagano i R. B. Pipes, »The influence of stacking sequence on laminate strength,« *Journal of Composite materials*, svez. 5, pp. 50-57, 1971.
- [32] J. Sorić, Metoda konačnih elemenata, Zagreb: Golden marketing, 2004.
- [33] »Abaqus 2016 Documentation,« Politecnico di Milano, [Mrežno]. Available: <http://abaqus.software.polimi.it/v2016/index.html>. [Pokušaj pristupa 3. 1. 2018.].
- [34] J. Sorić, »Nelinearna numerička analiza konstrukcija – materijali za predavanja«.
- [35] »Abaqus/Explicit: Advanced Topics, Appendix 2, Shell Elements in Abaqus/Explicit,« iMechanica, [Mrežno]. Available: [http://imechanica.org/files/appendix2-shells\\_2.pdf](http://imechanica.org/files/appendix2-shells_2.pdf). [Pokušaj pristupa 3. 1. 2018.].
- [36] K.-J. Bathe, Finite Element Procedures, 2nd edition, 4th printing, Watertown, MA, 2016.
- [37] Z. Hashin, »Failure criteria for unidirectional fibre composites,« *Transactions of the ASME*, svez. 48, pp. 846-852, 1981.
- [38] F. Paris, »A Study of Failure Criteria of Fibrous Composite Materials,« NASA, Langley Research Center, Hampton, Virginia, 2001.
- [39] D. Ivančević, Analiza udarnih oštećenja zakrilca velikog putničkog aviona, Zagreb: Diplomski rad, Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, 2008.
- [40] S. R. Finn i G. S. Springer, Composite Plates Impact Damage: An Atlas, Lancaster, Pennsylvania 17604 U.S.A.: Technomic Publishing Company, Inc., 1991.
- [41] H. Lee, Damage Modelling For Composite Structures - A thesis submitted to the University of Manchester for the degree of Doctor of Philosophy in the Faculty of Engineering and Physical Sciences, Manchester: University of Manchester, Faculty of Engineering and Physical Sciences - School of Mechanical, Aerospace and Civil Engineering, 2015.
- [42] J. Tang i G. S. Springer, »Effects of Cure and Moisture on the Properties of Fiberite 976 Resin,« *Journal of Composite Materials*, svez. 22, 1988.

- [43] CeramTec, [Mrežno]. Available: <https://www.ceramtec.com/ballistic-protection/>. [Pokušaj pristupa 13. 12. 2017.].
- [44] D. S. Dugdale, »Yielding of steel sheets containing slits,« *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, svez. 8, pp. 100-104, 1960.
- [45] G. I. Barenblatt, »The Mathematical Theory of Equilibrium Cracks in Brittle Fracture,« *Advances in Applied Mechanics*, svez. 7, pp. 55-129, 1962.
- [46] A. Needleman, »A continuum model for void nucleation by inclusion debonding,« *Journal of Applied Mechanics*, svez. 54, pp. 525-531, 1987.
- [47] J. P. Parmigiani i M. D. Thouless, »The effects of cohesive strength and toughness on mixed-mode delamination of beam-like geometries,« *Engineering Fracture Mechanics*, svez. 74, pp. 2675-2699, 2007.
- [48] S. H. Choi, B. G. Song, K. J. Kang i N. A. Fleck, »Fracture of a ductile layer constrained by stiff substrates,« *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, svez. 23, pp. 1-13, 2001.
- [49] A. W. Mello i K. M. Liechti, »The Effect of Self-Assembled Monolayers on Interfacial Fracture,« *Journal of Applied Mechanics*, svez. 73, pp. 860-870, 2006.
- [50] N. Valoroso i L. Champaney, »A damage-mechanics-based approach for modelling decohesion in adhesively bonded assemblies,« *Engineering Fracture Mechanics*, svez. 73, pp. 2774-2801, 2006.
- [51] A. Turon, C. G. Dávila, P. P. Camanho i J. Costa, »An engineering solution for mesh size effects in the simulation of delamination using cohesive zone models,« *Engineering Fracture Mechanics*, svez. 74, pp. 1665-1682, 2007.
- [52] S. Li, M. D. D. Thouless, A. M. Waas i P. Zavattieri, »Mixed-mode cohesive-zone models for fracture of an adhesively bonded polymer–matrix composite,« *Engineering Fracture Mechanics*, svez. 73, pp. 64-78, 2006.
- [53] P. P. Camanho, C. G. Dávila i M. F. de Moura, »Numerical simulation of mixed-mode progressive delamination in composite materials,« *Journal of Composite Materials*, svez. 37, br. 16, pp. 1415-1438, 2003.

## **PRILOZI**

### **I. CD-R disc**